



# Observateurs robustes pour le diagnostic et la dynamique des véhicules

Belgacem Jaballah

## ► To cite this version:

Belgacem Jaballah. Observateurs robustes pour le diagnostic et la dynamique des véhicules. Automatique / Robotique. Université Paul Cézanne - Aix-Marseille III, 2011. Français. NNT: . tel-00734379

**HAL Id: tel-00734379**

**<https://theses.hal.science/tel-00734379>**

Submitted on 21 Sep 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE

pour obtenir le titre de

Docteur de l'Université Paul Cézanne Aix-Marseille III  
(Mention : AUTOMATIQUE)

&

Docteur en Génie Électrique de l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de  
Monastir

Présentée et soutenue à Monastir le 26 Novembre 2011 par

Belgacem JABALLAH

## Observateurs robustes pour le diagnostic et la dynamique des véhicules

Thèse préparée en cotutelle entre LSIS (France) et l'ENIM (Tunisie)

### Jury :

<i>Président</i>	: Mr Kamel BEN OTHMANE	- Maître de conférences, ENISO-Sousse
<i>Examineur</i>	: Mr Jean Pierre BARBOT	- Professeur, ENSEA-Pontoise
<i>Rapporteurs</i>	: Mr Patrick SIARRY	- Professeur, UPEC-Paris
	Mr Anis SELLAMI	- Maître de conférences, ESSTT-Tunis
<i>Encadrée par</i>	: Mr Hassani MESSAOUD	- Professeur, ENIM-Monastir
	Mr Nacer Kouider M'SIRDI	- Professeur, LSIS-Marseille
<i>Co-Directeur</i>	: Mr Aziz NAAMANE	- Maître de conférences, LSIS-Marseille

à mes parents  
à ma femme  
à Amir et Ramy

## Remerciements

Les travaux présentés dans ce mémoire ont été effectués dans le cadre d'une cotutelle internationale entre l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Monastir (ENIM) - Tunisie et l'Université Paul Cézanne Aix-Marseille III - France, sous la responsabilité scientifique de Monsieur Hassani MESSAOUD Professeur à l'ENIM et de Monsieur Nacer Kouider M'SIRDI Professeur à l'Université Paul Cézanne Aix-Marseille III. Le lieu de travail a été l'unité de Recherche en Automatique Traitement de Signal et Image (ATSI) à l'ENIM et le Laboratoire des Sciences de l'Information et des Systèmes (LSIS, UMR 6168), plus particulièrement au sein de l'équipe SASV (Systèmes automatisés à structure variable), dirigée par Monsieur le Professeur Nacer Kouider M'SIRDI.

Je voudrais exprimer tout d'abord ma gratitude et mes sincères remerciements à Monsieur Patrick SIARRY, Professeur à l'Université Paris-Est Créteil (France), et à Monsieur Anis SELLAMI, Maître de conférences à l'Ecole Supérieure des Sciences et Techniques de Tunis (ESSTT) (Tunisie) qui m'ont fait l'honneur d'être les rapporteurs de ma thèse.

J'adresse mes plus vifs remerciements à Messieurs Jean-Pierre BARBOT, Professeur à l'Ecole Nationale Supérieure d'Electronique et de ses Applications (ENSEA) (Pontoise-France) et Kamel BEN OTHMANE, Maître de conférences à l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Sousse (ENISO) (Sousse-Tunisie), d'avoir accepté d'examiner mon travail.

Je remercie tout particulièrement Monsieur Nacer Kouider M'Sirdi, Professeur à l'université de Marseille III, qui m'a accueilli au LSIS, pour les précieux conseils qu'il m'a prodigué et l'attention et le sérieux avec lesquels il a suivi de plus près mes travaux. Je lui suis reconnaissant pour le soutien permanent qu'il m'a manifesté, et sans lequel je n'aurais pu mener à bien ce travail.

Je ne saurais remercier suffisamment Monsieur Hassani MESSAOUD, Professeur à L'Ecole Nationale des Ingénieurs de Monastir (ENIM) et directeur de l'unité de recherche Automatique et Traitement de Signal et Image (ATSI), pour son aide inestimable et les conseils précieux qu'il m'a apportés tout au long de ma thèse.

Je remercie également Monsieur Aziz NAAMANE, Maître de Conférences à l'Université de Marseille III, pour m'avoir guidé et conseillé durant ma thèse et pour le soutien permanent qu'il m'a manifesté.

Je tiens à adresser toute ma profonde reconnaissance et ma gratitude à toutes les personnes qui, de près ou de loin, m'ont aidées, conseillées et encouragées. Je ne saurais remercier suffisamment mon père, ma mère, ma femme, mes frères et soeurs, et amis pour leur soutien inestimable et inépuisable.

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Dynamique du véhicule : état de l'art</b>	<b>5</b>
2.1	Introduction . . . . .	5
2.2	Modèle <i>quart de véhicule</i> . . . . .	6
2.3	Modèle <i>bicyclette</i> . . . . .	8
2.4	Modèle complet de véhicule . . . . .	9
2.4.1	Mise en équations des mouvements du châssis . . . . .	9
2.4.2	Modèle de suspension . . . . .	13
2.4.3	Équations des mouvements des roues . . . . .	14
2.4.4	Comportement de la région de contact . . . . .	15
2.4.5	Comportement dynamique du pneumatique (modèle de Pacejka) . .	18
2.5	Modèle nominal global d'un véhicule . . . . .	20
2.5.1	Hypothèses de modélisation . . . . .	20
2.5.2	Description des repères . . . . .	21
2.5.3	Calcul du modèle global par la méthode de Lagrange . . . . .	22
2.5.4	Modèle nominal global . . . . .	24
2.6	Simulation dynamique du véhicule . . . . .	24
2.6.1	Le simulateur de véhicule <i>SIMK106N</i> . . . . .	25
2.6.2	Le simulateur de conduite <i>SCANeR-studio</i> . . . . .	30
2.7	Conclusion . . . . .	34
<b>3</b>	<b>Propriétés du modèle dynamique et découpage en blocs</b>	<b>35</b>
3.1	Introduction . . . . .	35
3.2	Propriété de la passivité . . . . .	36
3.2.1	La passivité du modèle dynamique global . . . . .	36
3.2.2	Interconnexions des systèmes passifs . . . . .	38
3.3	Découpage du modèle complet . . . . .	39
3.3.1	La dynamique de caisse $\Sigma_1$ . . . . .	43
3.3.2	La dynamique de suspension $\Sigma_2$ . . . . .	46
3.3.3	La dynamique des roues $\Sigma_3$ . . . . .	47
3.4	Résultats de simulation . . . . .	48
3.5	Conclusion . . . . .	54
<b>4</b>	<b>Synthèse d'observateurs</b>	<b>55</b>
4.1	Introduction . . . . .	56
4.2	Les modes de glissement . . . . .	56
4.2.1	Définition . . . . .	57

4.2.2	Conditions d'existence du glissement . . . . .	57
4.2.3	Robustesse des modes glissants . . . . .	59
4.2.4	Phénomène de réticence . . . . .	59
4.2.5	Modes glissants d'ordre supérieur . . . . .	60
4.3	Observateur par modes glissants . . . . .	63
4.3.1	Définition d'un observateur . . . . .	63
4.3.2	Observabilité des systèmes non-linéaires . . . . .	64
4.3.3	Mise en forme du modèle . . . . .	65
4.3.4	Observateur par modes glissants d'ordre un . . . . .	66
4.3.5	Observateur triangulaires par modes glissants . . . . .	71
4.3.6	Résultats de simulation . . . . .	72
4.4	Observateurs partiels d'état . . . . .	76
4.4.1	Observateur à mode de glissement d'ordre 1 . . . . .	77
4.4.2	Observateur à mode de glissement d'ordre 2 . . . . .	78
4.5	Les observateurs algébriques ALIEN <sup>1</sup> . . . . .	79
4.5.1	Présentation de l'approche . . . . .	79
4.5.2	Les algorithmes d'estimation . . . . .	80
4.5.3	Résultats de simulation des algorithmes d'estimation . . . . .	81
4.6	Conclusion . . . . .	83
<b>5</b>	<b>Système d'aide à la conduite</b> . . . . .	<b>85</b>
5.1	Introduction . . . . .	85
5.2	Unité d'alerte pour les sorties de voie . . . . .	86
5.2.1	Dynamique longitudinale . . . . .	86
5.2.2	Dynamique latérale . . . . .	87
5.2.3	Phénomène de sous et sur-virage . . . . .	87
5.3	Architecture du système d'alerte . . . . .	88
5.3.1	Estimation . . . . .	88
5.3.2	Calcul . . . . .	88
5.3.3	Résultats . . . . .	89
5.4	Estimation de l'angle de dérive . . . . .	89
5.4.1	Modélisation de l'angle de dérive . . . . .	89
5.4.2	Observateur de l'angle de dérive . . . . .	90
5.5	Estimation des vitesses angulaires des roues et forces de contact . . . . .	91
5.5.1	Modélisation des roues . . . . .	91
5.5.2	Observateur des vitesses angulaire des roues et forces de contact . . . . .	93
5.6	Calcul du gradient de sous/sur-virage . . . . .	95
5.7	Génération d'alerte . . . . .	97
5.7.1	Résultats de simulation . . . . .	97
5.7.2	Résultats du système d'alerte . . . . .	101

---

1. **AL**gèbre pour **I**dentification et **E**stimation **N**umériques

---

5.8 Conclusion . . . . .	102
<b>6 Conclusion générale et perspectives</b>	<b>103</b>
<b>A Paramètres</b>	<b>105</b>
A.1 Les matrices réduites $M_{ij}$ . . . . .	105
A.2 Les matrices réduites $C_{ij}$ . . . . .	106
A.3 Les matrices réduites $J_i$ . . . . .	106
<b>Références bibliographiques</b>	<b>109</b>





# Introduction générale

---

Dans l'industrie automobile, la compréhension de la dynamique du véhicule et la prévention des situations critiques sont les principales préoccupations des industriels et des chercheurs du domaine. La perte de contrôle du véhicule est l'une des causes principales des accidents routiers. Pour assurer l'amélioration de la stabilité du véhicule, tous les paramètres doivent être connus. Grâce à l'exploitation des outils de l'automatique, l'analyse et l'estimation, nous pouvons améliorer le confort, la sécurité, la tenue de route, la surveillance et l'aide à la conduite. Le nombre d'accidents dus à la perte de contrôle dans un virage reste toujours élevé. Nous avons alors pensé à ajouter aux véhicules des systèmes permettant d'éviter ce genre de situations critiques.

De nombreux systèmes sont déjà embarqués dans les véhicules. Mais ces systèmes possèdent toujours des fonctions limitées et ne peuvent pas prendre en compte toutes les conditions de la conduite. Nous remarquons alors la nécessité d'élaborer des systèmes d'assistance plus avancés permettant de contrôler l'état du véhicule en temps réel, dans toutes les conditions, avec la coopération du conducteur. Il existe de nombreux systèmes d'alerte, la majorité d'entre eux ne considèrent pas tous les paramètres pouvant causer une situation critique. Ils sont aussi limités du fait de la dynamique étudiée pour l'alerte : soit longitudinale, soit latérale, mais rarement dans les deux modes. De plus, les systèmes d'alerte existants sont aussi limités aux conditions dynamiques du véhicule [Elhadri 2000, Venture 2003, Ramirez-Mendoza 1997].

Dans ce cadre, il est intéressant d'exploiter les outils de l'automatique et des mathématiques pour améliorer la sécurité routière. Il est alors intéressant, dans un premier temps, d'analyser et de détecter les situations critiques en estimant en temps réel l'état global et partiel du véhicule et son interaction avec l'environnement. Ensuite, il est nécessaire de synthétiser des systèmes d'alerte et d'aide à la conduite.

## Problématique de la thèse

Ce travail fait suite aux travaux dirigé par M. N.K. M'SIRDI, réalisés au sein de l'équipe Systèmes Automatiques à Structure Variable (SASV) au LSIS (UMR 6168). Il s'agit de la thèse de Abdelhamid RABHI (2005) [Rabhi 2005] sur "Estimation de la dynamique de véhicule en interaction avec son environnement", de la thèse de Hocine IMINE

(2003) sur "l'observation d'états d'un véhicule pour l'estimation du profil dans les traces de roulement" [Imine 2003], et aussi de la thèse Abdelhafid ELHADRI (2000) [Elhadri 2000] sur "La modélisation de véhicule, l'observation d'état et l'estimation des forces pneumatiques ; application au contrôle longitudinal".

Ces travaux ont montré, d'une part, une performance intéressante de l'application des observateurs à mode de glissement et, d'autre part, la maîtrise de la dynamique de véhicule. En examinant ces travaux, nous remarquons qu'il est nécessaire de faire une étude de modélisation pour chaque application, d'où l'idée de découper le modèle dynamique du véhicule en des sous-systèmes. Ces derniers nous permettent d'étudier l'état partiel de notre système à l'aide des observateurs.

Notre travail présente une contribution dans le domaine de la modélisation et de l'observation. Dans le domaine de la modélisation, nous présentons une décomposition du modèle dynamique complet du véhicule en trois sous-systèmes. Le découpage présenté est dans le sens des sous-systèmes composant physiquement le véhicule : caisse, suspensions et roues. Il pourrait s'imaginer, dans un autre sens, pour séparer les fonctions du véhicule, motorisation, roue, freinage.

Pour l'observation, nous développons des observateurs embarqués pour l'état dynamique global et partiel du véhicule et pour estimer les interactions pneu/chaussée. Ces estimations nous permettent de synthétiser un algorithme d'alerte pour le sous/sur-virage. Les observateurs développés utilisent l'approche par mode de glissement d'ordre un puis d'ordre supérieur. Ils sont comparés à d'autres observateurs tels que les observateurs algébriques.

L'apport de ces deux points, découpage de modèle et observateur avec estimateur global et partiel, trouve sa place dans les systèmes embarqués pour l'aide à la décision et le diagnostic.

## Organisation du document

Ce mémoire, comportant cinq autres chapitres, est organisé comme suit :

### Chapitre 2 - Dynamique du véhicule : état de l'art

Nous consacrons le second chapitre à la modélisation du véhicule en interaction avec son environnement. L'objectif est d'établir un modèle nominal de véhicule qui représente de façon réaliste son comportement dynamique [M'sirdi 2000]. Généralement, les modèles

de véhicule utilisés dans la littérature, sont soit trop simplifiés, en éliminant certains phénomènes dont l'effet est important, soit très complexes, et dans ce cas, il est très difficile d'identifier tous les paramètres du modèle. Dans ce chapitre, nous utilisons un modèle de véhicule à 16 degrés de liberté en interaction avec son environnement. Ce modèle prend en considération les phénomènes les plus significatifs pour la synthèse des observateurs [Elhadri 2000, Imine 2003]. Quelques résultats de simulation seront aussi présentés en utilisant deux simulateurs de conduite (Simk106N et SCANeRstudio).

## Chapitre 3 - Découpage du modèle dynamique

A travers le troisième chapitre, nous nous sommes intéressés aux problèmes de découpage de modèle dynamique complet du véhicule. En nous appuyant sur la propriété de passivité, nous proposons, en premier lieu, un découpage en cinq sous-systèmes : les trois déplacements (longitudinal, latéral et vertical), les trois rotations (rotations autour des axes  $x$ ,  $y$  et  $z$ ), les quatre débattements des suspensions, les deux angles de braquage (les deux roues avant) et les quatre positions angulaires des roues. Ensuite nous réduisons ces cinq sous-systèmes en trois seulement, en associant les mouvements liés au châssis et les mouvements liés aux roues. Ce découpage est validé en traçant les signaux de couplage à l'aide d'un simulateur de véhicule (Simk106N).

## Chapitre 4 - Synthèse d'observateurs et estimation des paramètres du véhicule

Dans le chapitre 4, nous développons un observateur à mode de glissement d'ordre 1 pour reconstituer l'état complet du véhicule et l'interaction pneu/chaussée. Ensuite nous utilisons les trois sous-systèmes, présentés au chapitre 3, pour synthétiser trois observateurs à mode de glissement d'ordre 1 en cascade dans le but d'estimer l'état partiel du véhicule. Nous présentons aussi les observateurs algébriques ALIEN pour estimer les vitesses longitudinale et latérale d'un véhicule. Cette approche est basée sur la technique de dérivation mathématique. A la fin de ce chapitre, des résultats de simulation sont présentés pour prouver et valider toutes les approches.

## Chapitre 5 - Système d'aide à la conduite

Dans le chapitre 5, nous nous intéressons au développement d'un algorithme d'alerte pour sous-virage et sur-virage. Nous détaillons les différentes étapes de l'algorithme, qui peuvent être décomposées en trois phases : estimation, calculs et résultats. Pendant la première phase, nous estimons toutes les variables nécessaires pour prendre la décision (l'angle de dérive, les vitesses angulaires des roues,...). La phase de calcul permet de calculer le gradient (un coefficient) à chaque instant, qui sera comparé à un seuil bien

déterminé, pour prendre la décision d'alerte ou pas. Nous présentons des résultats de simulation pour vérifier le bon fonctionnement de notre système d'alerte.

## **Chapitre 6 - Conclusion générale et perspectives**

Dans cette partie, nous présentons un résumé des méthodes et des approches développées dans ce mémoire, ainsi que les perspectives envisagées. Nous concluons sur l'apport de notre travail dans le cadre de l'observation et l'estimation de l'état dynamique du véhicule en temps réel, ainsi que l'apport des systèmes d'alerte et d'aide à la conduite.

# Dynamique du véhicule : état de l'art

## Sommaire

<b>2.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>5</b>
<b>2.2</b>	<b>Modèle <i>quart de véhicule</i></b>	<b>6</b>
<b>2.3</b>	<b>Modèle <i>bicyclette</i></b>	<b>8</b>
<b>2.4</b>	<b>Modèle complet de véhicule</b>	<b>9</b>
2.4.1	Mise en équations des mouvements du châssis	9
2.4.1.1	Les mouvements de translation :	9
2.4.1.2	Les mouvements de rotation :	12
2.4.2	Modèle de suspension	13
2.4.3	Équations des mouvements des roues	14
2.4.4	Comportement de la région de contact	15
2.4.5	Comportement dynamique du pneumatique (modèle de Pacejka)	18
<b>2.5</b>	<b>Modèle nominal global d'un véhicule</b>	<b>20</b>
2.5.1	Hypothèses de modélisation	20
2.5.2	Description des repères	21
2.5.3	Calcul du modèle global par la méthode de Lagrange	22
2.5.4	Modèle nominal global	24
<b>2.6</b>	<b>Simulation dynamique du véhicule</b>	<b>24</b>
2.6.1	Le simulateur de véhicule <i>SIMK106N</i>	25
2.6.1.1	Présentation du simulateur <i>SIMK106N</i>	25
2.6.1.2	Résultats du simulation	27
2.6.2	Le simulateur de conduite <i>SCANeR-studio</i>	30
2.6.2.1	Présentation du simulateur <i>SCANeR-studio</i>	30
2.6.2.2	Résultats de la simulation	32
<b>2.7</b>	<b>Conclusion</b>	<b>34</b>

## 2.1 Introduction

Dans la littérature, la dynamique des véhicules automobiles a été le sujet de plusieurs travaux de recherche [Ramirez-Mendoza 1997, Venture 2003, de Wit 2003]. Ces études

sont faites pour modéliser le véhicule dans le but de développer des observateurs, des estimateurs embarqués, l'aide à la conduite ou le contrôle de suspension. Le véhicule est un système mécanique très complexe non linéaire et la représentation du contact pneu-route n'est pas simple. Les modèles utilisés sont soit très complexes, soit trop simplifiés. Dans le premier cas, il est relativement difficile d'identifier tous les paramètres qui interviennent dans le modèle considéré. Tandis que dans le second, nous négligeons plusieurs phénomènes dont les actions peuvent être importantes et mettre en cause la validité de l'approximation faite.

Ceci nécessite la définition d'un modèle dynamique nominal utile pour la simulation du comportement, l'observation et la commande du véhicule [M'sirdi 2000]. Le recours à un modèle nominal est justifié par des hypothèses liées à la structure du véhicule et à son environnement. Ces hypothèses permettent de réduire la complexité du modèle, tout en restant fidèle à la réalité. En effet, la possibilité de traiter séparément les différents aspects et la réduction du nombre de variables d'état à utiliser donnent un modèle nominal pour le véhicule.

Dans ce chapitre, nous présentons quelques modèles de véhicule cités dans la littérature. Un premier modèle est à trois degrés de liberté (*DDL*) appelé couramment modèle *quart de véhicule*, où nous supposons que les quatre roues de la voiture sont indépendantes et supportent chacune un quart de la masse du véhicule. Nous rappelons aussi le modèle *bicyclette* (demi-véhicule), qui est une représentation acceptable du comportement de la dynamique du véhicule dans le plan. Ensuite, nous développons un modèle complet du véhicule constitué de 16 *DDL* tel que celui utilisé pour une Peugeot 406. A la fin du chapitre, nous présentons deux simulateurs de véhicule qui seront utilisés pour illustrer et valider nos approches.

## 2.2 Modèle *quart de véhicule*

Selon le but recherché, différents modèles *quart de véhicule* peuvent être définis. Ce type de modèle est surtout utilisé pour étudier les problématiques des systèmes de suspension qui sont d'ordre deux. Le premier consiste à assurer le confort des passagers à bord du véhicule. Le second consiste à garantir la tenue de route du véhicule. Vu que ces deux problématiques sont contradictoires, les constructeurs doivent trouver un compromis adéquat. Dans [Oustaloup 1996, Moreau 1999] Oustaloup a utilisé un modèle *quart de véhicule* pour développer une commande robuste de suspension à travers l'approche de la commande CRONE, dont l'amortissement est paradoxalement indépendant de la masse transportée. Cette approche est utilisée aussi dans le contrôle des suspensions classiques et hydro-pneumatiques [Moreau 2001] et les suspensions semi-actives [Moreau 2001, Sename 2003]. Nous pouvons aussi utiliser le modèle *quart de véhicule* pour l'identification des paramètres

de suspension et le diagnostic de défauts [Fischer 2003, Rabhi 2004].

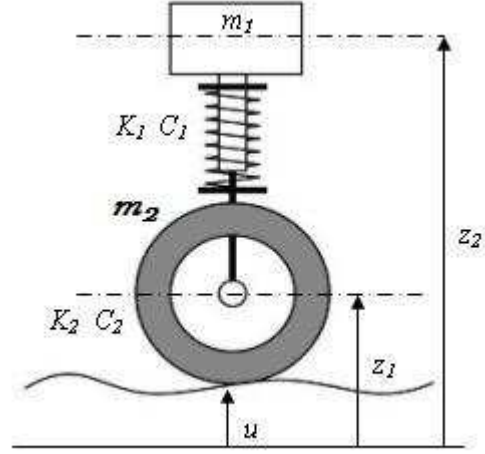


FIGURE 2.1 – Modèle *quart de véhicule*

Le modèle d'évolution qui lie les différentes variables présentées sur la Figure 2.1 est le suivant :

$$\begin{cases} m_1 \ddot{z}_1 + C_1 \dot{z}_1 + K_1 z_1 = C_1 \dot{z}_2 + K_1 z_2 \\ m_2 \ddot{z}_2 + (C_1 + C_2) \dot{z}_2 + (K_1 + K_2) z_2 = C_1 \dot{z}_1 + K_1 z_1 + C_2 \dot{u} + K_2 u \end{cases} \quad (2.1)$$

avec :

- $m_1$  : masse suspendue ( $kg$ )
- $m_2$  : masse de la roue ( $kg$ )
- $K_1$  : raideur de la suspension ( $N.M^{-1}$ )
- $K_2$  : raideur verticale du pneumatique ( $N.M^{-1}$ )
- $C_1$  : coefficient d'amortissement de la suspension ( $N.s.M^{-1}$ )
- $C_2$  : coefficient d'amortissement du pneumatique ( $N.s.M^{-1}$ )
- $z_1$  : hauteur de la masse suspendue ( $m$ )
- $z_2$  : hauteur du centre de la roue ( $m$ )
- $u$  : profil de la chaussée ( $m$ )

Une représentation d'état associée au système (2.1) s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + BU \\ Y = CX \end{cases} \quad (2.2)$$

avec :

$$X = \begin{bmatrix} z_1 & z_2 & \dot{z}_1 & \dot{z}_2 \end{bmatrix}^T \quad (2.3)$$

$$Y = \begin{bmatrix} z_1 & \ddot{z}_1 \end{bmatrix}^T \quad (2.4)$$

$$U = \begin{bmatrix} u & \dot{u} \end{bmatrix}^T \quad (2.5)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{K_1}{m_1} & \frac{K_1}{m_1} & -\frac{C_1}{m_1} & \frac{C_1}{m_1} \\ \frac{K_1}{m_2} & -\frac{K_1 + K_2}{m_2} & \frac{C_1}{m_2} & -\frac{C_1 + C_2}{m_2} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{K_2}{m_2} & \frac{C_2}{m_2} \end{bmatrix}; \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{K_1}{m_1} & \frac{K_1}{m_1} & -\frac{C_1}{m_1} & \frac{C_1}{m_1} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Ce modèle est utilisé pour identifier en temps réel les paramètres de raideur et de coefficient d'amortissement, dans le but d'étudier et d'analyser les systèmes de suspension active et semi-active.

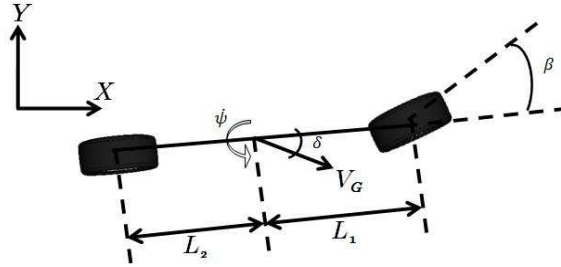
## 2.3 Modèle *bicyclette*

Les modèles de type "demi-véhicule" coupent le véhicule suivant les axes principaux de symétrie (longitudinal et latéral)(Figure 2.2). Ainsi, grâce à ce modèle, nous pouvons étudier les suspensions côté par côté, ou encore essieu par essieu. Dans le premier cas, nous négligeons les mouvements de roulis et, dans le second, les effets du tangage.

Ce modèle est, sous certaines conditions, une représentation acceptable du comportement du véhicule latérale, de lacet et de dérive des véhicules [M'sirdi 2003, Zbiri 2004, Mammar 2002a, Sammier 2001]. Pour l'étude de la dynamique latérale, en 1956, Segel [Segel 1956] présentait un modèle de véhicule avec trois degrés de liberté. Dans ce cas, le comportement longitudinal est négligé, c'est-à-dire lorsque la vitesse est constante et les efforts longitudinaux sont nuls. Nous obtenons alors le modèle suivant :



$$\begin{cases} \dot{\delta} = \frac{1}{m_v V_G} (F_y^1 + F_y^2) - \dot{\psi} \\ \ddot{\psi} = \frac{1}{I_{zz}} (L_1 F_y^1 - L_2 F_y^2) \end{cases} \quad (2.8)$$

FIGURE 2.2 – Modèle *bicyclette*

Nous notons :

- $\delta$  : angle de braquage (*rad*).
- $m_v$  : masse de la *bicyclette* (*Kg*).
- $V_G$  : vitesse du centre de gravité (*m/s*).
- $F_y^1$  : force latérale avant (*N*).
- $F_y^2$  : force Latérale arrière (*N*).
- $\psi$  : angle de lacet (*rad*).
- $I_{zz}$  : inertie de lacet (*kg.m<sup>2</sup>*).

Ce modèle sert à étudier la stabilité du véhicule en virage selon le potentiel d'adhérence [Mammar 2002b, Kiencke 2000, Pacejka 2002].

## 2.4 Modèle complet de véhicule

### 2.4.1 Mise en équations des mouvements du châssis

#### 2.4.1.1 Les mouvements de translation :

Pour appliquer le principe fondamental de la dynamique, nous avons besoin des forces de contact pneu/sol données par la figure 2.3 :  $F_x$ ,  $F_y$  et  $F_z$ , qui sont respectivement les forces longitudinale et latérale, qui agissent sur la roue, et la force verticale, qui agit entre le châssis et la suspension.

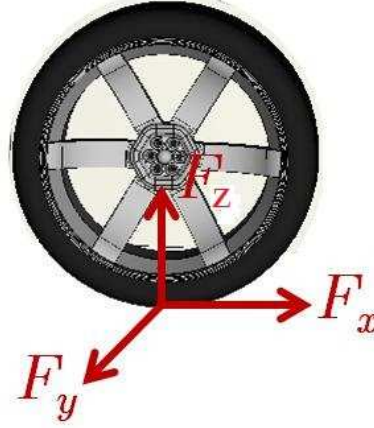


FIGURE 2.3 – Les forces de contact

Dans le repère  $\mathcal{R}_v$ , nous obtenons les équations différentielles pour les mouvements de translation de la caisse :

$$m \begin{bmatrix} \dot{V}_x \\ \dot{V}_y \\ \dot{V}_z \end{bmatrix} = T_s^r \begin{bmatrix} F_{xf1} + F_{xf2} + F_{xr1} + F_{xr2} + F_{wx} + F_{gx} + F_r \\ F_{yf1} + F_{yf2} + F_{yr1} + F_{yr2} + F_{wy} + F_{gy} \\ F_{zf1} + F_{zf2} + F_{zr1} + F_{zr2} + F_{wz} + F_{gz} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

avec :

- $T_s^r$  est la matrice de passage du repère  $R_s$  lié à la caisse au repère de référence  $R_r$  :

$$T_s^r = \begin{bmatrix} \cos \Delta \cos \psi & \sin \Delta \sin \Phi \cos \psi & \cos \Delta \sin \Phi \cos \psi + \sin \Delta \sin \Phi \\ \cos \Phi \cos \psi & \sin \Delta \sin \Phi \sin \psi + \cos \Delta \cos \psi & \cos \Delta \cos \psi \\ -\sin \psi & \sin \Delta \cos \Phi & \cos \Delta \cos \Phi \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

tel que  $\Delta = \theta + \theta_r$  et  $\Phi = \phi + \phi_r$

- $\theta$ ,  $\phi$  et  $\psi$  représentent respectivement les angles de roulis, de tangage et de lacet ;
- $\theta_r$  et  $\phi_r$  sont respectivement les angles d'inclinaison latérale de la route (la pente) et de la pente de la route (la dérive) ;

- $V_x$ ,  $V_y$  et  $V_z$  sont respectivement les vitesses longitudinale, latérale et verticale du châssis dans le repère de référence  $R_r$  ;
- $F_{xf1}$ ,  $F_{yf1}$  et  $F_{zf1}$  représentent respectivement les forces longitudinale et latérale agissant sur la roue avant gauche et la force verticale qui agit entre le châssis et la suspension ;
- $F_{xf2}$ ,  $F_{yf2}$  et  $F_{zf2}$  représentent respectivement les forces longitudinale et latérale agissant sur la roue avant droite et la force verticale qui agit entre le châssis et la suspension ;
- $F_{xr1}$ ,  $F_{yr1}$  et  $F_{zr1}$  représentent respectivement les forces longitudinale et latérale agissant sur la roue arrière gauche et la force verticale qui agit entre le châssis et la suspension ;
- $F_{xr2}$ ,  $F_{yr2}$  et  $F_{zr2}$  représentent respectivement les forces longitudinale et latérale agissant sur la roue arrière droite et la force verticale qui agit entre le châssis et la suspension ;
- $F_{wx}$ ,  $F_{wy}$  et  $F_{wz}$  représentent les forces aérodynamiques dues aux perturbations du vent ;
- $F_{gx}$ ,  $F_{gy}$  et  $F_{gz}$  représentent les forces de gravité.

$$\begin{bmatrix} F_{gx} \\ F_{gy} \\ F_{gz} \end{bmatrix} = T_v^s \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

- $T_v^s$  désigne la matrice de transfert du repère du véhicule  $\mathcal{R}_v$  vers le repère du plan de la route  $\mathcal{R}_s$  :

$$T_v^s = \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) & \sin(\theta_r) \sin(\phi_r) & \sin(\theta_r) \cos(\phi_r) \\ 0 & \cos(\phi_r) & -\sin(\phi_r) \\ \sin(\theta_r) & \cos(\theta_r) \sin(\phi_r) & \cos(\theta_r) \cos(\phi_r) \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

- $F_r$  désigne la force de roulement qui admet une composante longitudinale seulement.

#### 2.4.1.2 Les mouvements de rotation :

L'équilibre des moments suivant les trois axes du repère  $\mathcal{R}_s$  permet de donner les différentes équations dues aux rotations du châssis :

$$I \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\phi} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = T_s^r \begin{bmatrix} (F_{zf1} - F_{zf2})p_f + (F_{zr1} - F_{zr2})p_r + (k_{arr} + k_{arf})\theta \\ -(F_{zf1} + F_{zf2})r_1 + (F_{zr1} + F_{zr2})r_1 \\ (F_{yf1} - F_{yf2})r_1 - (F_{yr1} + F_{yr2})r_2 + (F_{xf2} - F_{xf1})p_f + (F_{xr2} - F_{xr1})p_r \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

- $\ddot{\theta}$ ,  $\ddot{\phi}$  et  $\ddot{\psi}$  sont respectivement les accélérations de roulis, de tangage et de lacet.
- $k_{arr}$  et  $k_{arf}$  sont respectivement les raideurs des barres anti-roulis du train arrière et du train avant. Ces barres anti-roulis permettent de limiter les mouvements de roulis de la caisse pour stabiliser le véhicule dans les virages. Elles donnent alors un couple de la forme suivante :  
 $\Gamma = -(k_{arr} + k_{arf})\theta$
- $p_f$ ,  $p_r$ ,  $r_1$  et  $r_2$  sont respectivement la distance entre les roues avant et l'axe de symétrie longitudinal, la distance entre les roues arrière et l'axe de symétrie longitudinal, la distance entre les roues avant et l'axe de symétrie latéral et la distance entre les roues arrière et l'axe de symétrie latéral. Ces distances sont définies par la figure 2.4.

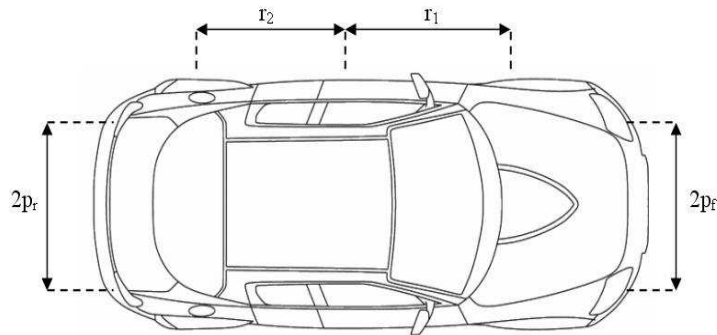


FIGURE 2.4 – Distances entre les roues

- $I$  est la matrice d'inertie du véhicule (tenseur d'inertie) dans le repère  $R_c$ .

$$I = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Or les moments d'inertie croisés  $I_{xy}$ ,  $I_{yx}$ ,  $I_{zy}$  et  $I_{yz}$  sont négligeables par rapport aux autres moments d'inertie croisés  $I_{xz}$  et  $I_{zx}$  ; donc d'où le tenseur d'inertie  $I$  devient :

$$I = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & -I_{xz} \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ I_{zx} & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

### 2.4.2 Modèle de suspension

Le mécanisme de suspension est composé d'un ressort, d'un amortisseur, d'une barre anti-roulis ainsi que différents organes géométriques et structurels assurant les liaisons roues/châssis. Chaque suspension relie une des quatre roues indépendantes à l'un de quatre coins du châssis [Imine 2003].

Sachant que  $z$  est le déplacement vertical de la masse suspension, les débattements de la caisse sont donnés par le système suivant :

$$\begin{cases} z_{f1} = z - p_f \sin(\theta) + r_1 \sin(\phi) \\ z_{f2} = z + p_f \sin(\theta) + r_1 \sin(\phi) \\ z_{r1} = z - p_r \sin(\theta) - r_2 \sin(\phi) \\ z_{r2} = z - p_r \sin(\theta) + r_2 \sin(\phi) \end{cases} \quad (2.16)$$

avec :

- $r_1$  et  $r_2$  sont respectivement la distance entre le centre de gravité et les deux axes avant et arrière ;
- $2p_f$  et  $2p_r$  (f pour *front* et r pour *rear*) désignent respectivement la distance entre les roues avant et arrière.

- $z_{f1}, z_{f2}, z_{r1}$  et  $z_{r2}$  sont les débattements de la caisse (f pour les roues avant et r pour les roues arrières, 1 pour les roues gauche et 2 pour les roues droite)

Dans ce modèle de suspension, nous utilisons une approximation linéaire où les coefficients de raideur ( $k_{ri}$  et  $k_{fi}$ ) et d'amortissement ( $B_{ri}$  et  $B_{fi}$ ) varient en fonction de  $z$ .

Les équations qui régissent les déplacements verticaux des quatre roues par rapport au repère du véhicule et en appliquant le principe fondamental de la dynamique sur chaque masse sont :

$$\begin{cases} \ddot{z}_i = \frac{1}{m_i}(-F_{kri} - F_{cri} + k_{ri}(u_i - z_i) + B_{ri}(\dot{u}_i - \dot{z}_i)) , & i = 1, 2 \\ \ddot{z}_i = \frac{1}{m_i}(-F_{kfi} - F_{cfi} + k_{fi}(u_i - z_i) + B_{fi}(\dot{u}_i - \dot{z}_i)) , & i = 3, 4 \end{cases} \quad (2.17)$$

où :

- $F_{cri}$  et  $F_{cfi}$  désignent respectivement les forces dues à l'amortisseur des roues arrière et avant  $i$  ( $i = 1, 2$ );
- $F_{kri}$  et  $F_{kfi}$  désignent respectivement les forces dues à la raideur de la roue arrière et à celle de la roue avant  $i$  ( $i = 1, 2$ );
- $\dot{z}_i$  et  $\dot{u}_i$  désignent respectivement la vitesse verticale de la roue  $i$  et la dérivée du signal chaussée ( $i = 1, \dots, 4$ )

Le mécanisme de suspension s'ajoute alors au modèle complet du véhicule à 4 degrés de liberté. Ces degrés de liberté sont  $z_1, z_2, z_3$  et  $z_4$  qui représentent respectivement les débattements des suspensions avant gauche, avant droite, arrière gauche et arrière droite.

### 2.4.3 Équations des mouvements des roues

En considérant que seules les deux roues avant sont motrices et à l'aide de l'équation des moments appliqués sur les roues et projetés sur l'axe principal de chaque roue, les équations en rotation régissant les quatre roues sont :

$$\begin{cases} J_r \dot{\omega}_1 = C_m - T_{f1} - r_{f1} F_{xf1} \\ J_r \dot{\omega}_2 = C_m - T_{f2} - r_{f2} F_{xf2} \\ J_r \dot{\omega}_3 = -T_{r1} - r_{r1} F_{xr1} \\ J_r \dot{\omega}_4 = -T_{r2} - r_{r2} F_{xr2} \end{cases} \quad (2.18)$$

où :

- $J_r$  désigne le moment d'inertie des roues ;
- $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  et  $\omega_4$  sont les vitesses de rotation respectivement des roues avant droite, avant gauche, arrière droite et arrière gauche ;
- $r_{f1}, r_{f2}, r_{r1}$  et  $r_{r2}$  désignent respectivement les rayons des roues avant gauche, avant droite, arrière gauche et arrière droite ;
- $C_m$  est le couple moteur exercé sur le train avant roulant (nous supposons que les deux roues subissent le même couple) ;
- $T_{f1}, T_{f2}, T_{r1}$  et  $T_{r2}$  sont les couples de freinage appliqués respectivement sur les roues avant gauche, avant droite, arrière gauche et arrière droite ;
- $F_{xf1}, F_{xf2}, F_{xr1}$  et  $F_{xr2}$  représentent les forces longitudinales appliquées respectivement sur les roues avant gauche, avant droite, arrière gauche et arrière droite.

#### 2.4.4 Comportement de la région de contact

Pour étudier le comportement cinématique de la région de contact pneu/chaussée, il est nécessaire de déterminer les vitesses de contact. Pour cela, nous avons besoin de l'angle de braquage et l'angle de dérive.

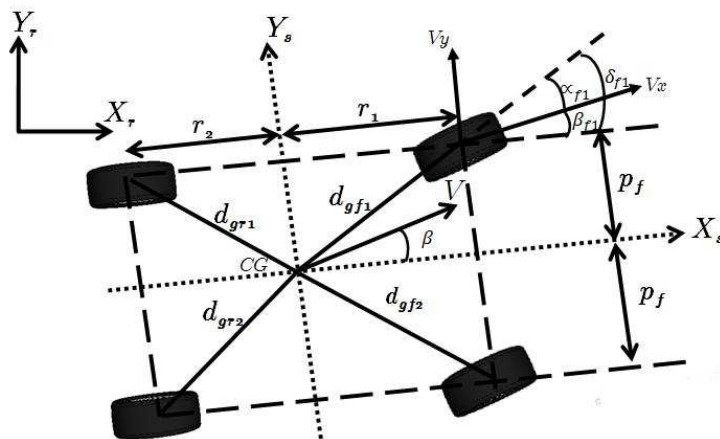


FIGURE 2.5 – Les angles des roues

La figure 2.5 nous donne les angles nécessaires pour obtenir les expressions des vitesses

de contact pneu/sol, à savoir :

- $\delta_{f1}$  et  $\delta_{f2}$  sont respectivement les angles de braquage de la roue avant gauche et de la roue avant droite. Ces angles sont calculés à partir de la mesure de l'angle au volant et d'un rapport liant les deux angles (ce rapport diffère d'un constructeur à un autre).
- $\alpha_{f1}$ ,  $\alpha_{f2}$ ,  $\alpha_{r1}$  et  $\alpha_{r2}$  représentent respectivement les angles de dérive des roues avant gauche, avant droite, arrière gauche et arrière droite. Rappelons que l'angle de dérive est l'angle entre le vecteur portant la droite d'intersection du plan médian de la roue et du sol, et le vecteur de vitesse du point de contact roue/sol.

D'après la figure, nous pouvons calculer l'angle de dérive à l'aide de l'équation suivante :

$$\alpha = -\arctan\left(\frac{V_y}{V_x}\right) \quad (2.19)$$

$V_x$  et  $V_y$  sont respectivement la vitesse longitudinale et la vitesse transversale du point de contact entre la roue et le sol.

Dans le cas du véhicule complet, la figure 2.5 nous montre les variables nécessaires pour obtenir la vitesse de chaque point de contact. Nous pouvons alors calculer l'angle de dérive pour les quatre roues de véhicule, de la manière suivante :

$$\alpha_{f1} = \delta_1 - \arctan\left(\frac{V \sin(\beta) + \dot{\psi} d_{gf1} \cos(\theta_{f1})}{V \cos(\beta) - \dot{\psi} d_{gf1} \sin(\theta_{f1})}\right) \quad (2.20)$$

$$\alpha_{f2} = \delta_2 - \arctan\left(\frac{V \sin(\beta) + \dot{\psi} d_{gf2} \cos(\theta_{f2})}{V \cos(\beta) - \dot{\psi} d_{gf2} \sin(\theta_{f2})}\right) \quad (2.21)$$

$$(2.22)$$

$$\alpha_{r1} = -\arctan\left(\frac{V \sin(\beta) + \dot{\psi} d_{gr1} \cos(\theta_{r1})}{V \cos(\beta) - \dot{\psi} d_{gr1} \sin(\theta_{r1})}\right) \quad (2.23)$$

$$(2.24)$$

$$\alpha_{r2} = -\arctan\left(\frac{V \sin(\beta) + \dot{\psi} d_{gr2} \cos(\theta_{r2})}{V \cos(\beta) - \dot{\psi} d_{gr2} \sin(\theta_{r2})}\right) \quad (2.25)$$

où :



- $\dot{\psi}$  est la vitesse de lacet ;
- $\delta_1$  et  $\delta_2$  sont respectivement les angles de braquage de la roue avant gauche et de la roue avant droite ;
- $\beta$  l'angle entre le vecteur vitesse  $\vec{V}$  et l'axe longitudinal  $X_s$  du repère du véhicule  $R_s$  ;
- $r_1$  et  $r_2$  sont respectivement les distances entre le centre de gravité et les axes avant et arrière du véhicule ;
- $2p_f$  et  $2p_r$  représentent respectivement les distances entre les roues avant et entre les roues arrière ;
- $d_{gf1}$ ,  $d_{gf2}$ ,  $d_{gr1}$  et  $d_{gr2}$  désignent respectivement les distances entre le centre de gravité du véhicule et la roue avant gauche, la roue avant droite, la roue arrière gauche et la roue arrière droite. Ces distances sont données par les relations suivantes :

$$d_{gf1} = d_{gf2} = \sqrt{r_1^2 + p_f^2} \quad (2.26)$$

$$d_{gr1} = d_{gr2} = \sqrt{r_2^2 + p_r^2} \quad (2.27)$$

- $\theta_{f1}$ ,  $\theta_{f2}$ ,  $\theta_{r1}$  et  $\theta_{r2}$  sont des angles déterminés par les relations suivantes :

$$\theta_{f1} = \arctan\left(\frac{p_f}{r_1}\right) \quad (2.28)$$

$$\theta_{f2} = \arctan\left(\frac{r_1}{p_f}\right) = \frac{\pi}{2} - \theta_{f1} \quad (2.29)$$

$$\theta_{r1} = \arctan\left(\frac{r_2}{p_r}\right) \quad (2.30)$$

$$\theta_{r2} = \arctan\left(\frac{p_r}{r_2}\right) = \frac{\pi}{2} - \theta_{r1} \quad (2.31)$$

Nous pouvons alors déterminer les vitesses de point de contact par les équations suivantes :

$$\vec{V}_{rf1} = (V \cos(\beta) - \dot{\psi} d_{gf1} \sin(\theta_{f1})) \vec{e}_x + (V \sin(\beta) - \dot{\psi} d_{gf1} \cos(\theta_{f1})) \vec{e}_y \quad (2.32)$$

$$\vec{V}_{rf2} = (V \cos(\beta) - \dot{\psi} d_{gf2} \sin(\theta_{f2})) \vec{e}_x + (V \sin(\beta) - \dot{\psi} d_{gf2} \cos(\theta_{f2})) \vec{e}_y \quad (2.33)$$

$$\vec{V}_{rr1} = (V \cos(\beta) - \dot{\psi} d_{gr1} \sin(\theta_{r1})) \vec{e}_x + (V \sin(\beta) - \dot{\psi} d_{gr1} \cos(\theta_{r1})) \vec{e}_y \quad (2.34)$$

$$\vec{V}_{rr2} = (V \cos(\beta) - \dot{\psi} d_{gr2} \sin(\theta_{r2})) \vec{e}_x + (V \sin(\beta) - \dot{\psi} d_{gr2} \cos(\theta_{r2})) \vec{e}_y \quad (2.35)$$

où  $\vec{V}_{rf1}$ ,  $\vec{V}_{rf2}$ ,  $\vec{V}_{rr1}$  et  $\vec{V}_{rr2}$  sont respectivement les vecteurs vitesses de translation des points de contact des pneumatique avant-gauche, avant-droit, arrière-gauche et arrière-droit.

Comme nous pouvons aussi définir le taux de glissement de la manière suivante :

$$\lambda_{xi} = \frac{r_e \omega_i}{\nu_i} - 1 \quad si \quad \nu_i > r_e \omega_i \quad (\text{freinage}) \quad (2.36)$$

$$\lambda_{xi} = 1 - \frac{r_e \omega_i}{\nu_i} \quad si \quad \nu_i < r_e \omega_i \quad (\text{accélération}) \quad (2.37)$$

$\omega_i$  et  $\nu_i$  étant respectivement la vitesse angulaire et la vitesse du centre de la roue  $i$  ( $i = 1, \dots, 4$ ).  $r_e$  est le rayon effectif de la roue : lorsqu'une force verticale est appliquée sur le pneumatique, celui-ci subit un écrasement, qui réduit le rayon de la roue à  $r_e$ .

### 2.4.5 Comportement dynamique du pneumatique (modèle de Pacejka)

Le pneu est un élément très complexe, qui est soumis à de fortes sollicitations et à de grandes variations de température. Il est sujet à des forces et moments externes suivant les trois axes longitudinal, latéral et vertical. La nature de tels efforts est due à un certain nombre d'interactions :

- interaction due au contact pneu/chaussée ;
- interaction entre la roue et le système de suspension ;

- interaction entre la roue et les éléments de direction (manœuvre du conducteur) ;
- perturbations dues à l'environnement (vent, route) ;
- variations dans l'état du véhicule (vitesse du véhicule, usure du pneumatique, etc)

Dans le but d'identifier les composantes latérale et longitudinale des forces exercées par la route sur le pneu, plusieurs modèles horizontaux ont été développés. Parmi ces modèles, nous trouvons le modèle de Pacejka [Pacejka 1991] qui est le plus couramment utilisé par les fabricants de pneumatiques et les constructeurs automobiles. Ce modèle est donné par "la formule magique" suivante :

$$\begin{cases} Y(x) = D \sin[C \arctan(Bx) - E[Bx - \arctan(Bx)]] + S_v \\ x = X + S_h \end{cases} \quad (2.38)$$

Les différents paramètres de cette formule sont définies par la figure 2.6 pour un modèle statique, avec des vitesses constantes et accélérations nulles. Nous trouvons :

- $D$  : la valeur du pic (maximum de la courbe d'adhérence) ;
- $S_h$  : le décalage horizontal de la courbure par rapport à l'origine ;
- $S_v$  : le décalage vertical de la courbure par rapport à l'origine ;
- $B$  : le facteur d'amortissement (pente à l'origine) ;
- $C$  : le facteur de forme qui permet d'ajuster l'allure de la courbe ;
- $E$  : le facteur de courbure.

La détermination de la force longitudinale  $F_x$  et de la force latérale  $F_y$  est réalisée en remplaçant  $X$  respectivement par le taux de glissement longitudinal  $\lambda_x$  et l'angle de dérive  $\alpha$ . D'où les deux forces sont suivantes :

$$\begin{cases} F_x = D \sin[C \arctan(Bx) - E[Bx - \arctan(Bx)]] + S_v \\ x = \lambda_x + S_h \end{cases} \quad (2.39)$$

$$\begin{cases} F_y = D \sin[C \arctan(Bx) - E[Bx - \arctan(Bx)]] + S_v \\ x = \alpha + S_h \end{cases} \quad (2.40)$$

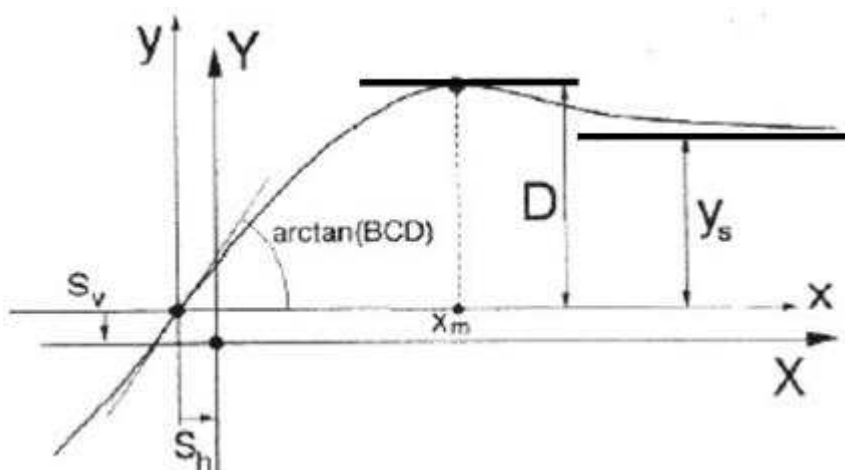


FIGURE 2.6 – Courbe d'adhérence

## 2.5 Modèle nominal global d'un véhicule

### 2.5.1 Hypothèses de modélisation

Le véhicule automobile est une structure mécanique très complexe constituée de nombreux éléments. Le moteur et les transmissions assurent la production des efforts de traction (ou de propulsion), ainsi que leur transmission aux roues. Les trains roulants, les suspensions et la direction servent à guider le véhicule, transmettre les forces motrices et les forces de freinage, tout en assurant le confort des passagers. Les forces nécessaires au fonctionnement du véhicule sont supportées et transmises par le châssis, qui accueille les trains roulants. Pour une modélisation simple, nous considérons que le véhicule est composé de cinq sous-systèmes différents : translation du châssis, rotation du châssis, suspensions, angles de braquage et rotations des roues.

Pour aboutir à une modélisation nominale du comportement dynamique du véhicule, des simplifications liées à la géométrie, la cinématique et la dynamique des liaisons s'imposent. Ainsi nous admettons un certain nombre d'hypothèses pour minimiser la complexité, tout en conservant un certain degré de réalisme. Ces hypothèses sont les suivantes :

**Hypothèse 1 :** La caisse est un corps rigide (trois dimensions) ;

**Hypothèse 2 :** Chaque roue est un corps rigide en rotation par rapport à son axe ;

**Hypothèse 3 :** La cinématique de liaison roue/châssis est résumée par les degrés de liberté qui apparaissent suite aux actions suivantes : le braquage des roues directrices, les débattements des suspensions et la dynamique en rotation des quatre roues autour de leur axe ;

**Hypothèse 4 :** La route est considérée comme pratiquement plane.

**Hypothèse 5 :** Le contact roue/sol est supposé ponctuel et localisé dans le plan de symétrie de la roue.

**Hypothèse 6 :** Les roues restent toujours en contact avec la chaussée.

**Hypothèse 7 :** La dynamique de variation du rayon de roulement est supposée négligeable.

### 2.5.2 Description des repères

Les systèmes de coordonnées utilisés pour décrire la dynamique de véhicule sont donnés par la figure 2.7, à savoir :

- le repère de référence  $\mathcal{R}_r (O_r X_r Y_r Z_r)$  ;
- le repère mobile attaché au centre de gravité de véhicule  $\mathcal{R}_v (O_v X_v Y_v Z_v)$  ;
- un deuxième repère mobile,  $\mathcal{R}_s (O_s X_s Y_s Z_s)$ , attaché au centre de gravité du véhicule, où l'axe  $X_s$  coïncide avec la direction longitudinale de la route, l'axe  $Y_s$  coïncide avec la direction latérale de la route et l'axe  $Z_s$  est orthogonal au plan de la route ;
- un autre repère mobile lié au mouvement de la caisse est désigné par  $\mathcal{R}_c (O_c X_c Y_c Z_c)$ .

La caisse est le corps principal du véhicule, qui peut être défini comme l'ensemble composé par le châssis et la carrosserie. C'est un ensemble "rigide", donc la caisse est considérée comme une masse suspendue. Le mouvement du véhicule est défini par sa translation et sa rotation. Nous pouvons donc, par hypothèse, confondre le repère lié au véhicule au repère de la caisse. Le système d'axes par rapport auquel sont définis les différents mouvements du véhicule est le repère orthonormé direct  $\mathcal{R}_v (O_v X_v Y_v Z_v)$  de la figure 2.7. L'origine de ce repère est prise au centre de gravité du véhicule. Les mouvements du véhicule dans le repère  $\mathcal{R}_v$  sont :

- une translation longitudinale suivant l'axe  $O_v X_v$ , notée  $x$  ;
- une translation latérale suivant l'axe  $O_v Y_v$ , notée  $y$  ;
- une translation verticale suivant l'axe  $O_v Z_v$ , notée  $z$  ;
- une rotation, nommée roulis, due à des oscillations autour de l'axe  $O_v X_v$  ;

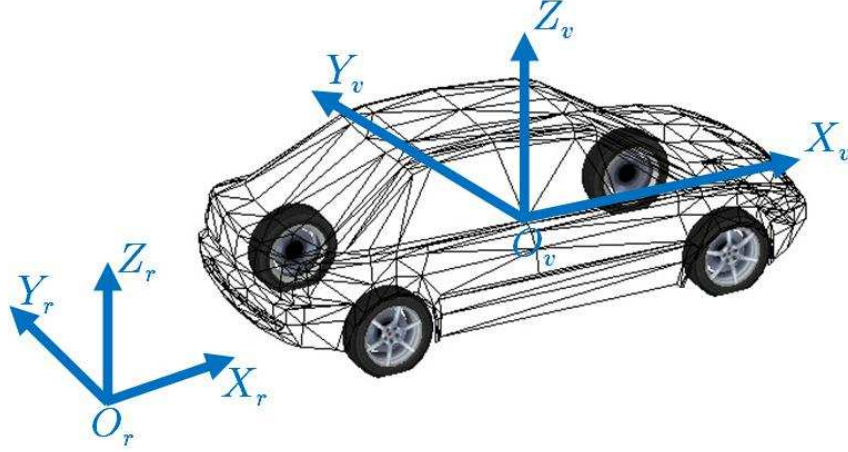


FIGURE 2.7 – Repères mobiles et de référence

- une rotation, nommée tangage, autour de l'axe  $O_v Y_v$  ;
- une rotation, nommée lacet, autour de l'axe  $O_v Z_v$  ;

Nous constatons alors que la caisse est dotée de 6 degrés de liberté qui sont :

- 3 degrés donnés par les translations : longitudinale, latérale et verticale ;
- 3 degrés donnés par les orientations : angles de roulis, de tangage et de lacet.

### 2.5.3 Calcul du modèle global par la méthode de Lagrange

Pour calculer le modèle dynamique nominal d'un véhicule, nous utilisons la notion de liaison cinématique entre les différents corps. Cette liaison est de type glissière ou pivot. Ce calcul a été inspiré des algorithmes développés dans [Beurier 1999].

En partant de la définition du mécanisme du véhicule et de ses propriétés dynamiques, nous définissons l'énergie cinétique totale  $E_c$  et l'énergie potentielle totale  $E_p$  du système. Selon le formalisme de Lagrange appliqué à ces expressions d'énergie, nous obtenons :

$$\Gamma_a + \Gamma_e = \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial E_c}{\partial q} + \frac{\partial E_p}{\partial q} \quad (2.41)$$

avec :

- $q \in \mathbb{R}^{16}$  est le vecteur de coordonnées généralisées (variables articulaires) suivant :

$$q = [x, y, z, \theta, \phi, \psi, z_1, z_2, z_3, z_4, \delta_1, \delta_2, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4]$$

- $x$ ,  $y$  et  $z$  sont respectivement les déplacements longitudinal, latéral et vertical du châssis ;
- $\theta$ ,  $\phi$  et  $\psi$  sont respectivement les angles de roulis, tangage et lacet ;
- $z_1$ ,  $z_2$ ,  $z_3$  et  $z_4$  sont les débattements des quatre suspensions ;
- $\delta_1$  et  $\delta_2$  sont les deux angles de braquage des roues avant ;
- $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ ,  $\varphi_3$ ,  $\varphi_4$  sont les positions angulaires des quatre roues.
- $\Gamma_a$  et  $\Gamma_e$  sont respectivement le vecteur des entrées du système et le vecteur des forces longitudinale, latérale et verticale  $F_{xi}$ ,  $F_{yi}$ ,  $F_{zi}$  ( $i = 1, 2, 3$ ) donné par l'équation suivante :

$$\Gamma_e = J^T(q)F \quad (2.42)$$

où  $J(q) \in \mathbb{R}^{(12 \times 16)}$  est la matrice jacobienne du vecteur  $X_i(q)$  par rapport au vecteur de coordonnées articulaires  $q$ . Le vecteur  $X_i(q)$  exprime la position du point de contact de la roue  $i$  dans le repère de référence  $\mathcal{R}_r(O_r X_r Y_r Z_r)$ , en fonction des variables articulaires :

$$J(q) = \frac{\partial X(q)}{\partial q} \quad (2.43)$$

et  $F$  est le vecteur des forces de contact pneu/sol :

$$F = [F_{x1}, F_{y1}, F_{z1}, F_{x2}, F_{y2}, F_{z2}, F_{x3}, F_{y3}, F_{z3}, F_{x4}, F_{y4}, F_{z4}]^T$$

D'où le modèle dynamique peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\Gamma_a + \Gamma_e = M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + V(q, \dot{q}) + \eta_0(t, q, \dot{q}) \quad (2.44)$$

- $\dot{q}$  et  $\ddot{q}$  sont respectivement le vecteur des vitesses et le vecteur des accélérations ;
- $M(q) \in \mathbb{R}^{(16 \times 16)}$  représente la matrice d'inertie du système. Elle est symétrique définie positive et liée à l'expression de l'énergie cinétique par la relation suivante :

$$E_c = \frac{1}{2} \dot{q}^T M(q) \dot{q} \quad (2.45)$$

- $C(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{(16 \times 16)}$  est la matrice de Coriolis et Centrifuge calculée en respectant la propriété de passivité du système :

$$\xi^T N(q, \dot{q}) \xi = \xi^T (\dot{M}(q)) - 2C(q, \dot{q}) \xi = 0 \quad \forall \xi \in \mathbb{R}^{16} \quad (2.46)$$

- $V(q, \dot{q})$  représente le vecteur des effets dus aux systèmes de suspension. Ce vecteur est exprimé en fonction des coefficients d'amortissement (une matrice  $Z$ ) et de raideur (une matrice  $K$ ) par :

$$V(q, \dot{q}) = Z\dot{q} + Kq + G(q) \quad (2.47)$$

$G(q)$  est le vecteur des effets de gravité.

- $\eta_0(t, q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{16}$  représente le vecteur des incertitudes paramétriques.

#### 2.5.4 Modèle nominal global

A partir des équations (2.42), (2.43) et (2.44), nous donnons le modèle nominal du véhicule avec une incertitude paramétrique, comme suit :

1.  $\tau = M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + V(q, \dot{q}) + \eta_0(t, q, \dot{q})$

2.  $\tau = \Gamma_a + \Gamma_e = J^T(q)F + \Gamma_e$

3.  $\dot{F} = f(\alpha, \lambda_x, q, F_z) + e(t)$

4.  $F_z = g(r_1, r_2, p_f, h, g, \dot{V}_x, \dot{V}_y, q, X, \beta, \gamma)$

5.  $J(q) = \frac{\partial X(q)}{\partial q}$

Il peut être calculé en utilisant des outils logiciels tels que *SYMORO+* [Venture 2003] ou celui développé en interne par Beurier [Beurier 1999].

## 2.6 Simulation dynamique du véhicule

Pour valider nos algorithmes par des résultats de simulations, nous utilisons deux simulateurs de véhicule : *SIMK106N* et *SCANeR-studio*. Le premier est sous Matlab, développé et validé par l'équipe de Mr N.K. M'sirdi. *SCANeR-studio* est un poste de conduite développé par la société OKTAL.



### 2.6.1 Le simulateur de véhicule *SIMK106N*

#### 2.6.1.1 Présentation du simulateur *SIMK106N*

La simulation de la dynamique du véhicule peut être réalisée en combinant les différentes parties du modèle du véhicule développé précédemment. Le simulateur *SIMK106N* est réalisé à partir des équations du mouvement et des différents facteurs agissant sur son comportement, qui sont générés par des fonctions simulant les actions. Ce simulateur est développé par les thésards et les chercheurs de l'équipe de Mr N.K. M'sirdi [Beurier 1999, Elhadri 2000].

La figure 2.8 représente les différents modules du simulateur *SIMK106N*. Les actions conducteur sont données par les trois modules : "Volant", "Régime moteur" et "Système de freinage". Le module "Volant" donne l'angle de direction du volant. Le "Régime moteur" donne le nombre de tours/ minute du moteur utilisé lors de la simulation. Le module de "Système de freinage" délivre le couple de frein utilisé. Nous trouvons aussi d'autres signaux, donnés la figure 2.9 qui représente le simulateur *SIMK106N*. Ils s'agit des effets aérodynamiques, des effets de frottements, des perturbations et du profil de la route. Le module "Modèle de contact" fournit le modèle de l'interaction pneu/sol de Pacejka. Le calcul du modèle dynamique est réalisé au niveau de deux modules "Modèle Mécanique" et "Modèle Suspension" à partir d'une fonction développée sous le logiciel de calcul symbolique Maple.

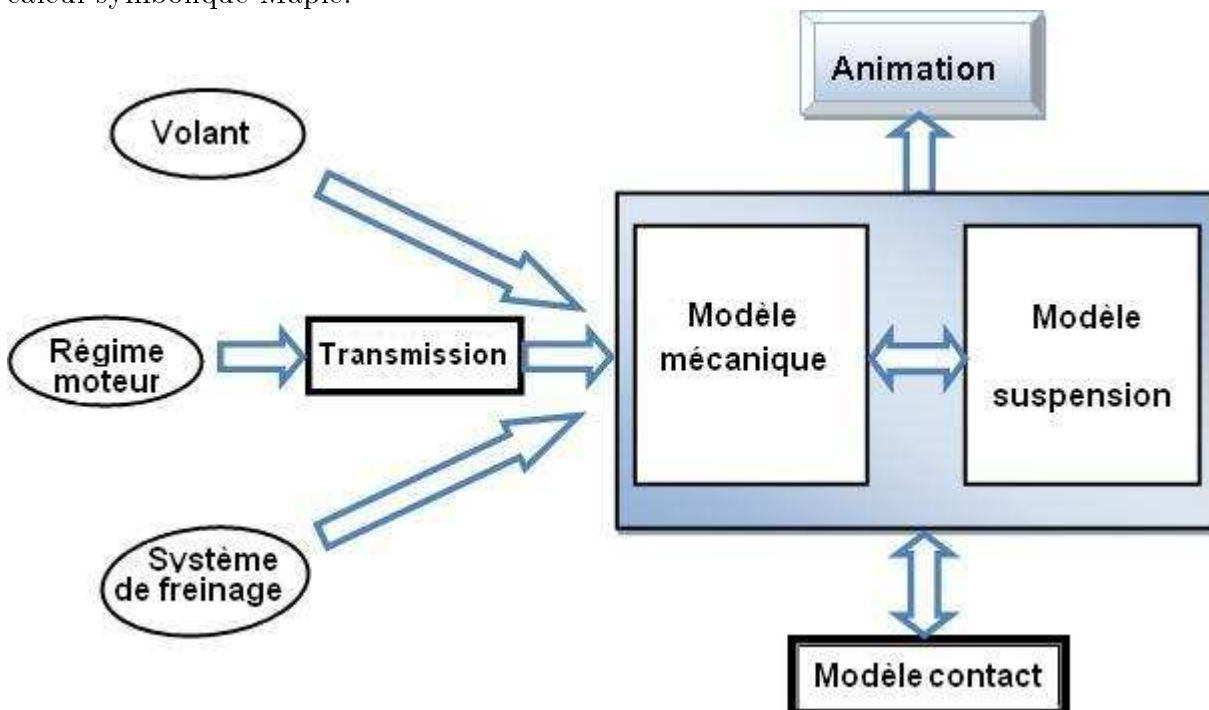
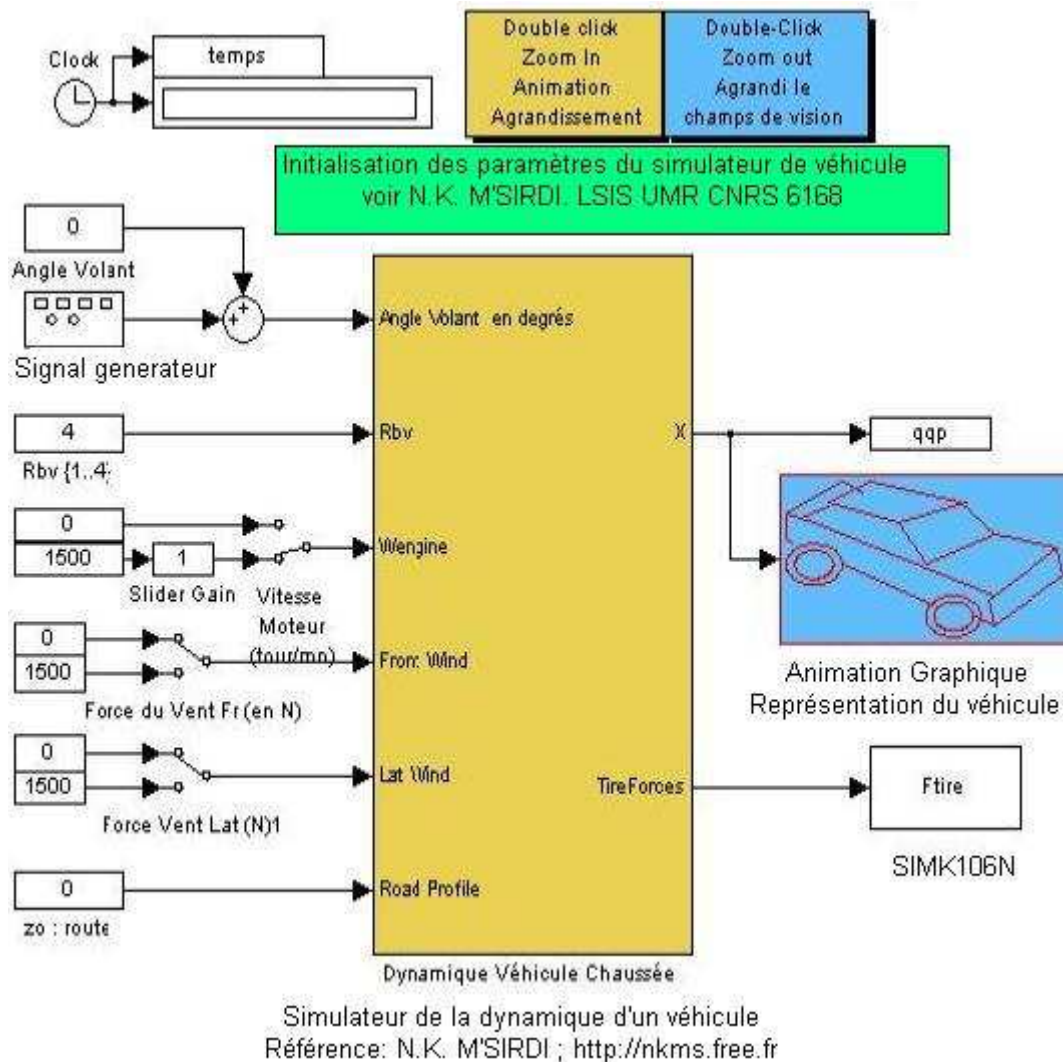


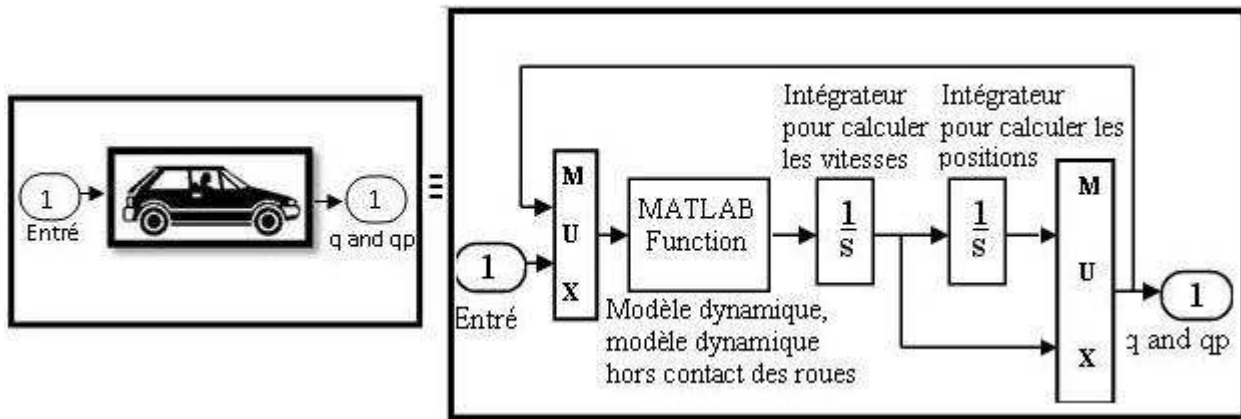
FIGURE 2.8 – Conception modulaire du simulateur

FIGURE 2.9 – Le simulateur *SIMK106N*

A l'aide du logiciel Matlab/Simulink, la simulation de l'équation (2.44) est représentée par le schéma-bloc de la figure 2.10 que l'on trouve sous le module "Modèle Mécanique".

L'entrée E dans le bloc Matlab-Simulink (Figure 2.10) représente le vecteur de couples regroupant les facteurs suivants :

- les actions du conducteur, qui sont : le couple d'accélération, le couple de freinage et le braquage des roues ;
- les efforts extérieurs, qui sont les forces de contact pneu/chaussée, les résistances au roulement et les forces aérodynamiques ;
- les efforts des suspensions et les forces de frottement.

FIGURE 2.10 – Bloc Simulink pour la résolution des équations de mouvement *SIMK106N*

Ce simulateur a été validé en utilisant le paramétrage du véhicule d'essai (Peugeot 406) du Laboratoire Centrale des Ponts et Chaussées (LCPC) de Nantes. La validation permet de connaître le degré de représentativité du modèle nominal par rapport à un système réel.

### 2.6.1.2 Résultats du simulation

Dans cette section, nous présentons les résultats de simulation obtenus en utilisant le simulateur de conduite *SIMK106N*. La simulation d'un passage de chicane (Figure 2.12) va nous permettre de vérifier le modèle dynamique de véhicule en réponse à des manœuvres de braquage. La route considérée est plane et sans pente. Les commandes du conducteur sont l'angle de direction au volant, montré sur la figure 2.11-a et l'accélération longitudinale  $a_x$ , donnée par la Figure 2.11-b. Les figures 2.13-a et 2.13-b représentent respectivement

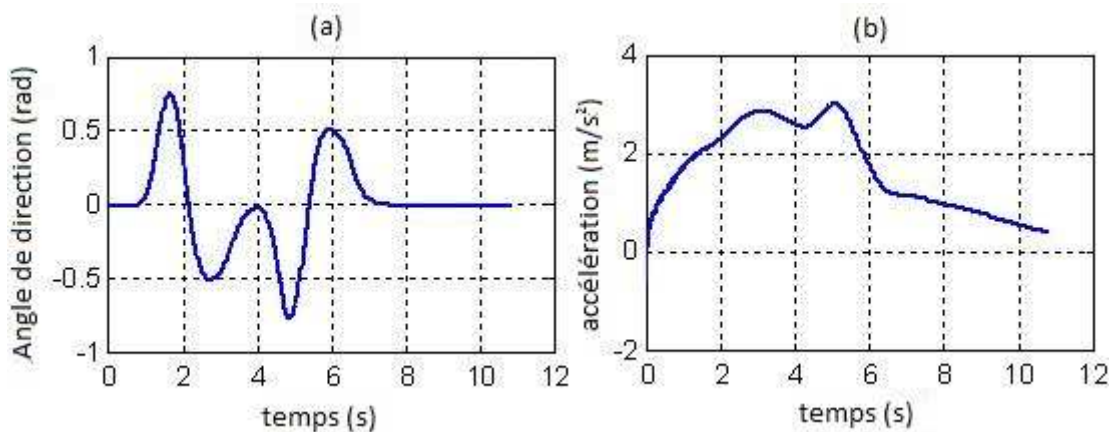


FIGURE 2.11 – Commandes du conducteur

l'évolution des positions longitudinale  $x(m)$  et verticale  $z(m)$  du véhicule en fonction du

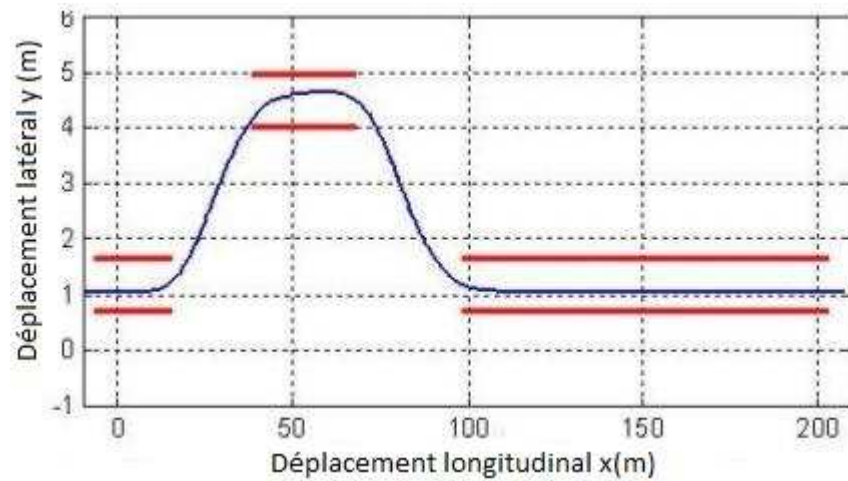


FIGURE 2.12 – Trajectoire du véhicule

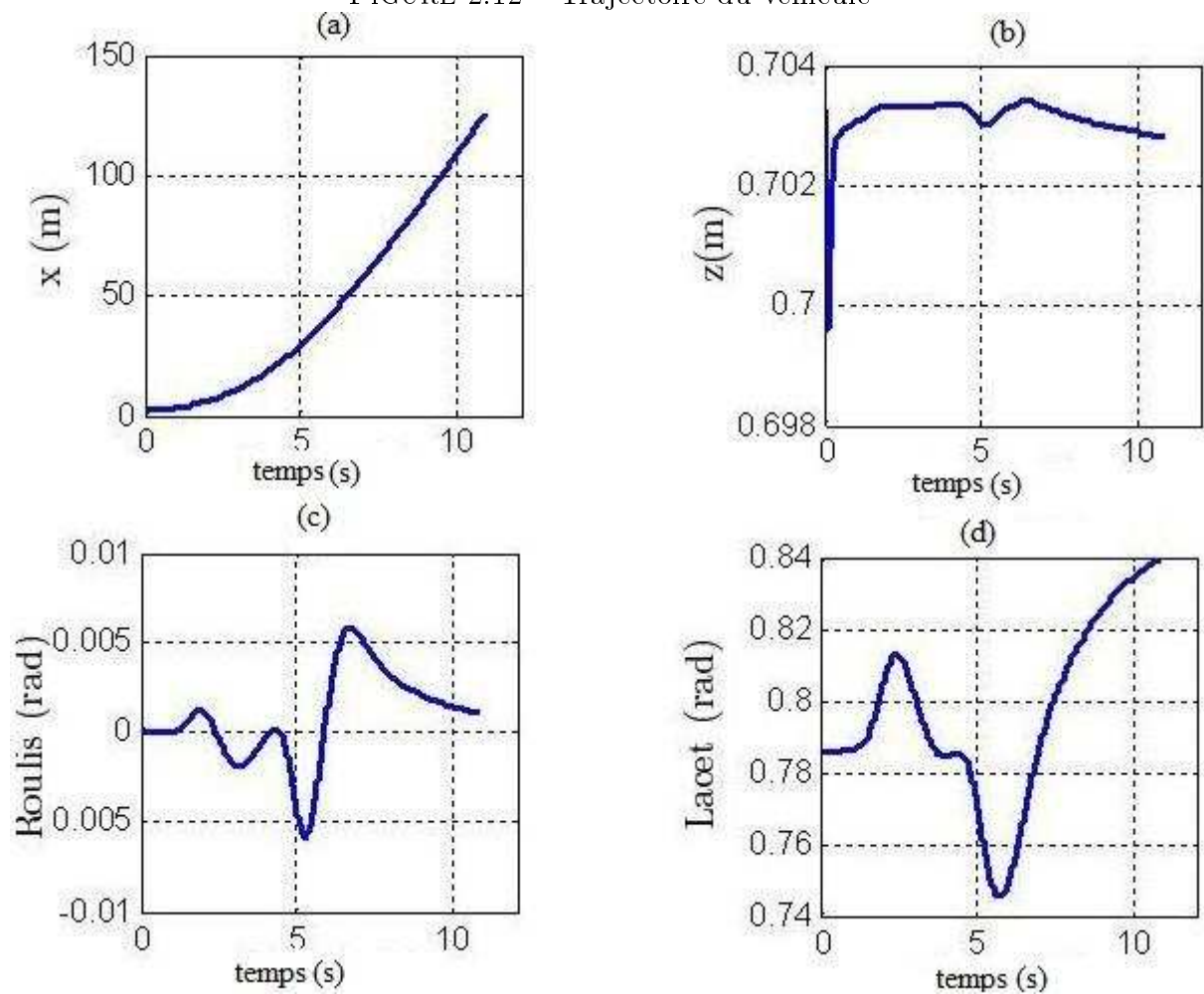


FIGURE 2.13 – Positions de la caisse

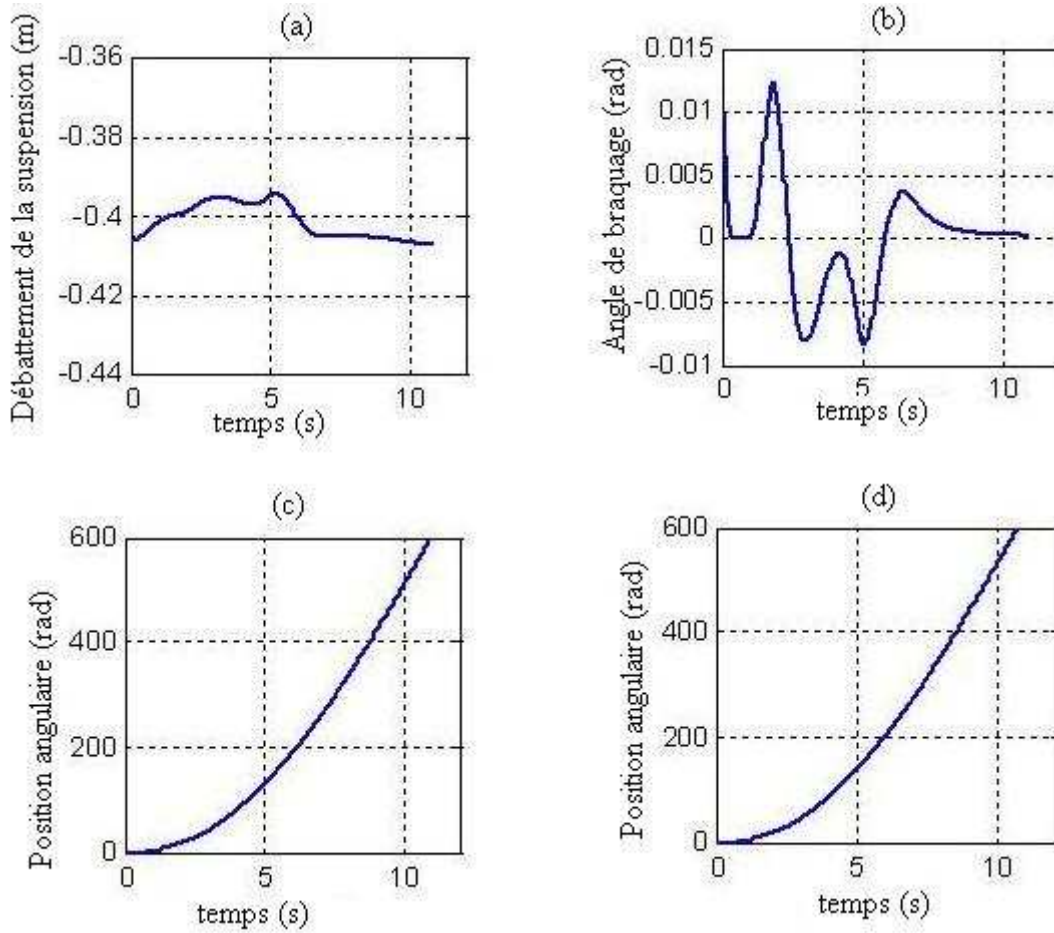


FIGURE 2.14 – Comportement de la suspension et de la roue droite

temps. Nous remarquons que  $x(m)$  varie de manière croissante. Avec  $z_{t_0} = 0.7033 (m)$ , nous constatons que la variation du déplacement verticale  $z(m)$  en fonction du temps est négligeable (elle varie entre  $0.702(m)$  et  $0.704(m)$ ). Avec  $\theta_{t_0} = 0 (rad)$  et  $\psi_{t_0} = 0.7854 (rad)$ , les angles de roulis  $\theta$  et de lacet  $\psi$  du véhicule sont donnés respectivement par les figures 2.13-c et 2.13-d. Les figures 2.14-a, 2.14-b, 2.14-c, 2.14-d montrent l'angle de braquage ( $\delta_1$ ) de la roue avant droite, le débattement vertical ( $z_1$ ) de la suspension avant droite et les positions angulaires ( $\varphi_1$  et  $\varphi_3$ ) des deux roues avant droite et arrière droite. Les conditions initiales sont  $z_1(t_0) = -0.4033(m)$ ,  $\delta_1(t_0) = 0.01 (rad)$  et  $\varphi_1(t_0) = \varphi_3(t_0) = 0 (rad)$ . La vitesse longitudinale du véhicule  $v_x$  et la vitesse angulaire  $\omega_1$  de la roue avant droite sont données par les figures 2.15-a et 2.15-b, avec  $v_x(t_0) = 0.7071(m/s)$  et  $\omega_1(t_0) = 3.3333(rad/s)$ . Les figures 2.16-a et 2.16-b représentent respectivement les forces de contact pneu/chaussée longitudinale  $F_{x1}$  et latérale  $F_{y1}$  appliquées sur la roue avant droite.



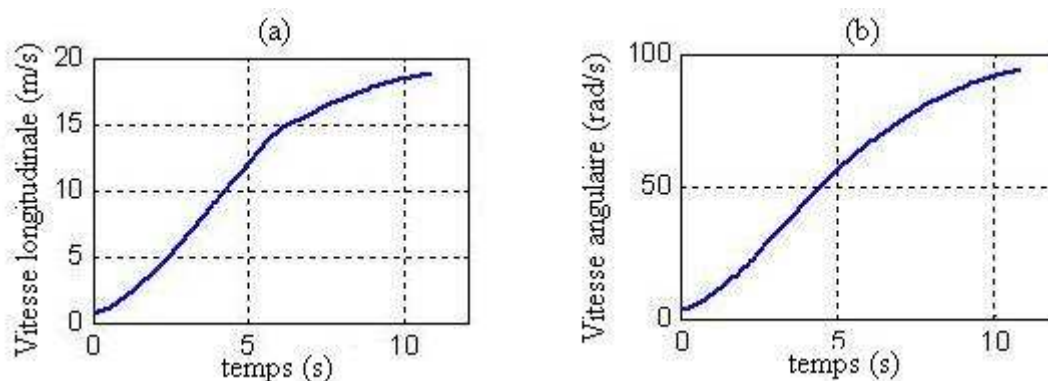


FIGURE 2.15 – Vitesses longitudinale et angulaire

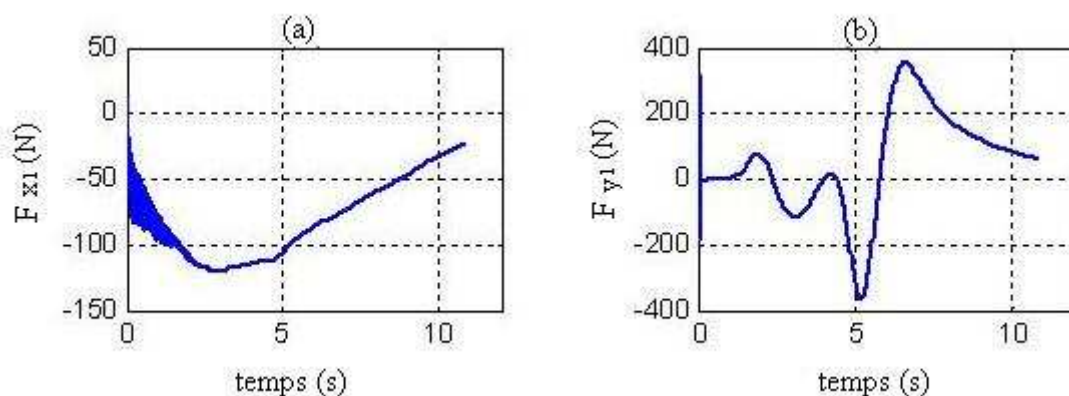


FIGURE 2.16 – Forces de contact pneu/chaussée

## 2.6.2 Le simulateur de conduite *SCANeR-studio*

### 2.6.2.1 Présentation du simulateur *SCANeR-studio*

*SCANeR-studio*<sup>1</sup> est un logiciel de simulation de conduite automobile développé et commercialisé par Oktal. Issu initialement du Centre Technique de Simulation de Renault, *SCANeR-studio* est aujourd'hui utilisé aussi bien par Renault que PSA entre autres. *SCANeR-studio* est utilisé dans un très grand nombre d'applications.

Le conducteur étant installé dans un véhicule, qui est une reproduction d'un modèle original, peut conduire un véhicule interactif dans un environnement en trois dimensions, à l'aide d'un ou de plusieurs écrans. Le véhicule peut être installé sur une plateforme, elle-même placée sur des vérins, qui reproduiraient le comportement du véhicule, comme dans la réalité.

La figure 2.17 représente le simulateur de conduite *SCANeR-studio*. Le simulateur

1. [www.oktal.fr](http://www.oktal.fr)

disponible au LSIS est composé de :

- 3 ordinateurs : l'un est utilisé pour faire les calculs de la dynamique et du trafic pour le simulateur *SCANeR-studio*, le deuxième nous sert pour récupérer et tracer en temps réel les paramètres du véhicule et intégrer nos observateurs et le troisième est lié un vidéo-projecteur pour l'affichage et la visualisation de l'animation graphique,
- 1 vidéo-projecteur et 1 écran pour l'animation,
- 1 volant,
- 3 pédales : accélérateur, frein et embrayage,



FIGURE 2.17 – Simulateur de conduite *SCANeR-studio* (Photo LSIS/SASV)

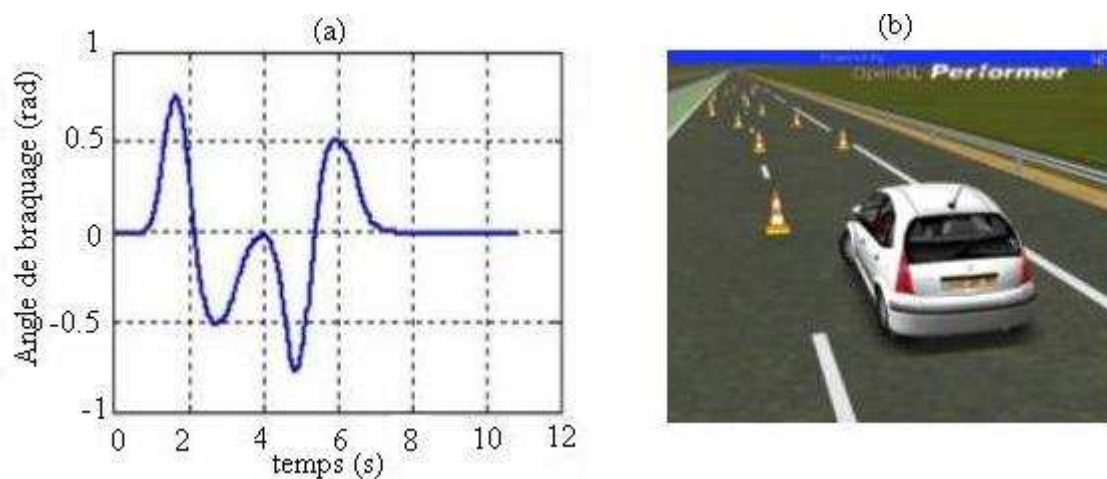


FIGURE 2.18 – Angle de direction pour *SCANeR-studio*

### 2.6.2.2 Résultats de la simulation

Dans ce paragraphe, nous montrons des simulations utilisant le simulateur de véhicule *SCANeR-studio*. Le modèle utilisé dans le simulateur est plus complet que celui développé précédemment d'un citroen C3.

Nous avons simulé un passage d'une chicane avec une vitesse quasi-constante à  $60\text{km/h}$  ( $16,66\text{m/s}$ ). La simulation de ce passage va nous permettre de vérifier la dynamique complet du modèle en réponse à des manœuvres de braquage. Nous utilisons dans cette simulation le modèle d'efforts de Pacejka. La route est considérée comme plane. L'angle de direction utilisé par le véhicule est montré sur la figure 2.18-a. Les figures 2.19-a et 2.19-b montrent respectivement la trajectoire et l'accélération du véhicule lors de son passage de la chicane.

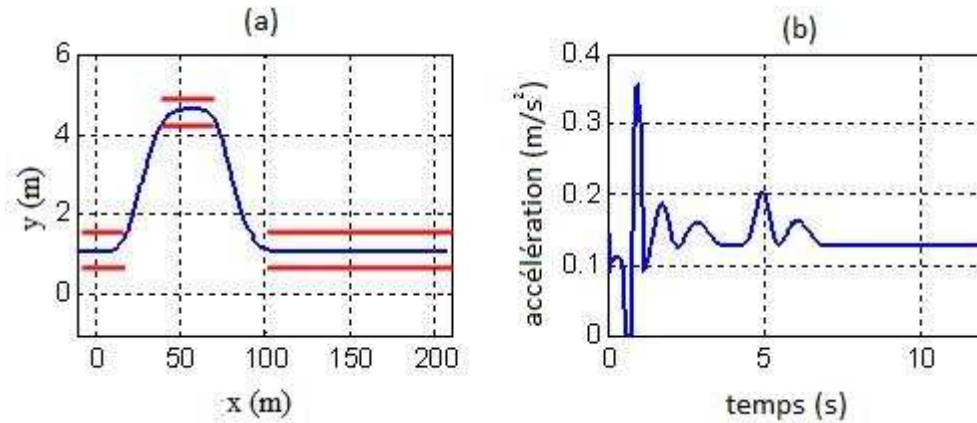


FIGURE 2.19 – Trajectoire et accélération pour *SCANeR-studio*

En réponse aux entrées du véhicule, les figures 2.20, 2.21 et 2.22 illustrent le comportement dynamique du véhicule. Sur la figure 2.20-a, nous présentons l'évolution de la position longitudinale  $x$  du véhicule. Les figures 2.20-b, 2.20-c et 2.20-d représentent respectivement le déplacement vertical  $z$  du véhicule, l'angle de roulis et l'angle de lacet.

Le débattement vertical  $z_1$  de la suspension avant droite et l'angle de braquage de la roue avant droite sont donnés respectivement par les figures 2.21-a et 2.21-b. Les vitesses longitudinale du véhicule  $v_x$  et angulaire de la roue avant droite  $\omega_1$  du véhicule sont données respectivement par les figures 2.22-a et 2.22-b. Les figures 2.22-c et 2.22-d représentent respectivement les forces de contact pneu/chaussée longitudinale et latérale appliquées à la roue avant droite du véhicule.



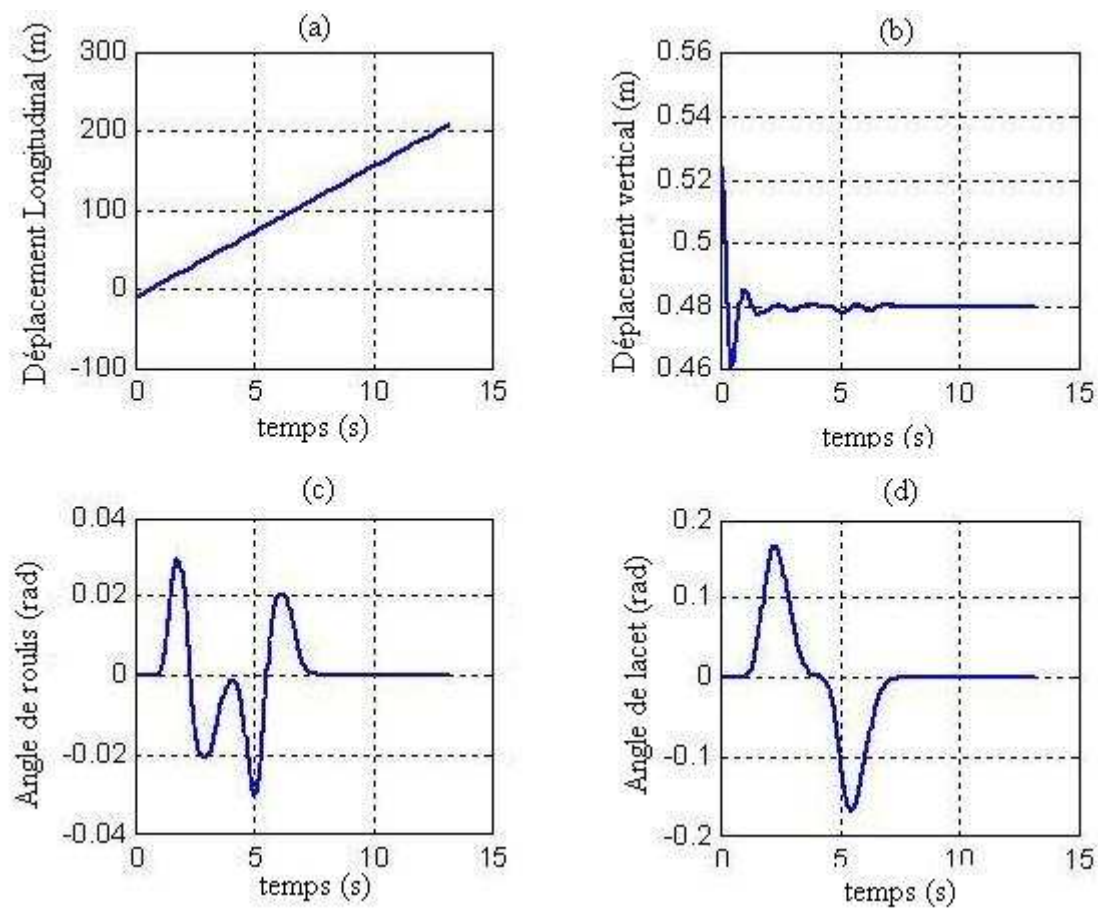
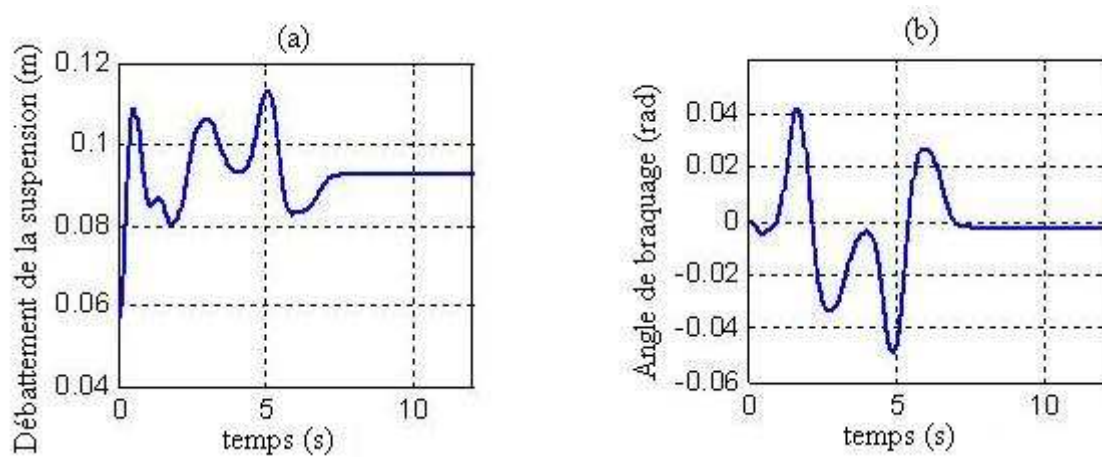
FIGURE 2.20 – Translations et rotations du châssis pour *SCANeR-studio*

FIGURE 2.21 – Débattement de la suspension et angle de braquage

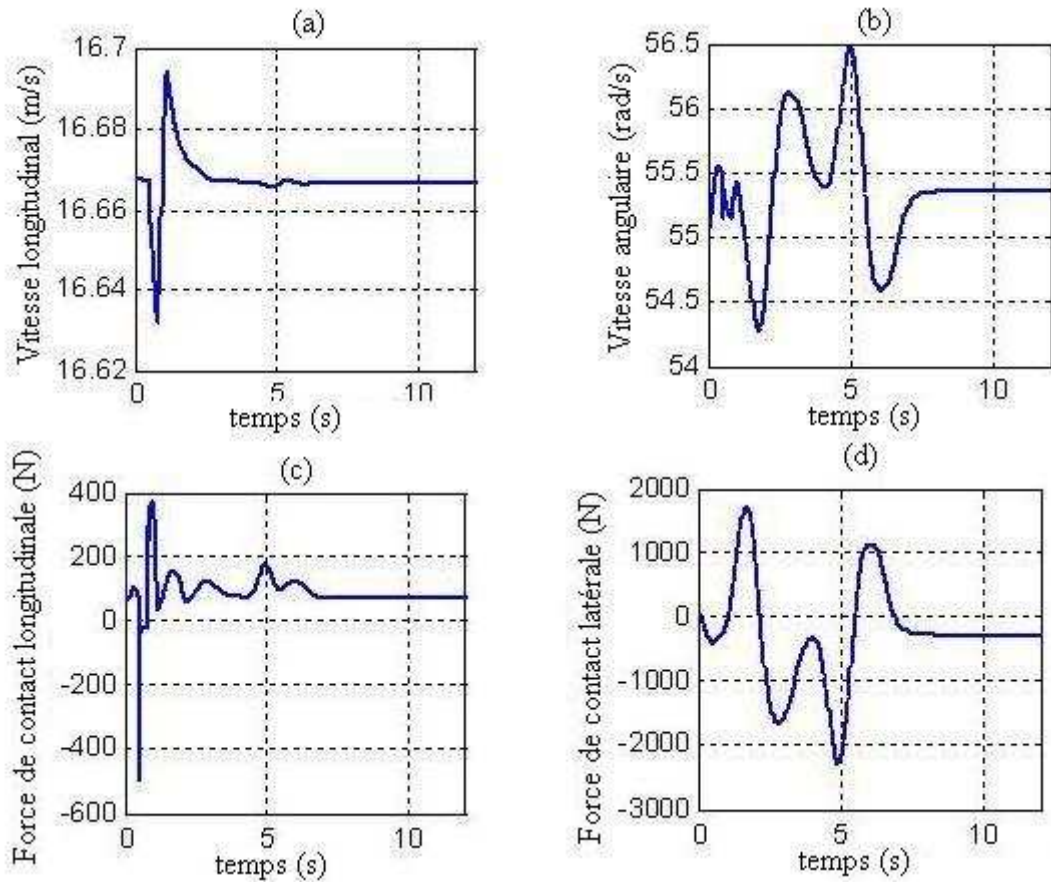


FIGURE 2.22 – Vitesses longitudinale et angulaire et forces de contact

## 2.7 Conclusion

Dans la perspective de reconstruire les mouvements d'un véhicule, différents modèles peuvent être utilisés. Nous avons présenté, dans ce chapitre, les modèles "*quart de véhicule*", "*demi-véhicule*" (ou "*bicyclette*") et un modèle nominal de véhicule. Par la suite, nous avons présenté un modèle dynamique nominal du véhicule qui a été utilisé pour le développement d'un simulateur de véhicule *SIMK106N*. Ensuite, nous avons donné des résultats de simulation du comportement dynamique du véhicule. Ces simulations sont faites par deux simulateurs de conduite : *SIMK106N* et *SCANeR-studio*. L'intérêt de ces deux simulateurs est qu'il nous permettent de valider l'intérêt de nos observateurs en simulation et valider l'apport du découpage en 5 blocs.

Dans le troisième chapitre nous étudions la décomposition du modèle dynamique complet du véhicule en cinq blocs, ce découpage nous permet d'exploiter la propriété de passivité du modèle dynamique.

# Propriétés du modèle dynamique et découpage en blocs

---

## Sommaire

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>35</b>
<b>3.2</b>	<b>Propriété de la passivité</b>	<b>36</b>
3.2.1	La passivité du modèle dynamique global	36
3.2.1.1	Définition et Théorème de la passivité	36
3.2.1.2	Passivité du modèle nominal	37
3.2.2	Interconnexions des systèmes passifs	38
<b>3.3</b>	<b>Découpage du modèle complet</b>	<b>39</b>
3.3.1	La dynamique de caisse $\Sigma_1$	43
3.3.1.1	Définition de $\Sigma_1$	43
3.3.1.2	Passivité de $\Sigma_1$	45
3.3.2	La dynamique de suspension $\Sigma_2$	46
3.3.2.1	Définition de $\Sigma_2$	46
3.3.2.2	Passivité de $\Sigma_2$	46
3.3.3	La dynamique des roues $\Sigma_3$	47
3.3.3.1	Définition de $\Sigma_3$	47
3.3.3.2	Passivité de $\Sigma_3$	48
<b>3.4</b>	<b>Résultats de simulation</b>	<b>48</b>
<b>3.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>54</b>

---

## 3.1 Introduction

La dynamique des véhicules automobiles a été très étudiée dans la littérature [Ramirez-Mendoza 1997, Elhadri 2001, Venture 2003, M'sirdi 2004, Jaballah 2009b]. Cependant, les propriétés du modèle ne sont pas toujours détaillées et étudiées, surtout la propriété de passivité. Dans le modèle dynamique complet à 16 degrés de liberté du véhicule détaillé dans le chapitre 2, nous trouvons plusieurs composants passifs couplés entre eux, comme la caisse, les roues, les suspensions, etc.

L'objectif de ce chapitre est d'étudier la propriété de passivité et le découpage du modèle dynamique du véhicule en cinq sous-systèmes, qui sont les translations du véhicule selon les trois axes, les rotations aussi selon les trois axes, les débattements des quatre suspensions, les angles de braquage des roues avant et les angles de rotation des quatre roues. Ces cinq sous-systèmes sont regroupés par la suite en trois blocs. Ce découpage est justifié en calculant et en traçant les différents termes de couplage qui relient les trois blocs. Ces derniers possèdent également la propriété de passivité.

L'intérêt de découpage et son utilité résident dans la possibilité d'utiliser des modèles partiels (1 seul bloc) négligeant les autres blocs. Pour cela, deux propriétés sont importantes : la préservation de la passivité du bloc ou sous-modèle, et l'effet des couplages venant des autres blocs doit être négligeable. A l'aide du simulateur de conduite sous Matlab-Simulink *SIMK106N*, nous illustrons l'intérêt de ce découpage en traçant les signaux de couplage qui se trouvent entre les trois blocs.

## 3.2 Propriété de la passivité

Depuis les années soixante, la théorie de la passivité a été souvent utilisée dans la synthèse de loi de commande [Kalman 1963, Popov 1973, Willems 1972a, Willems 1972b, Popov 1964, Landau 1979]. Le concept des systèmes passifs consiste à synthétiser et analyser le contrôle d'un système en se basant sur des considérations énergétiques qui relient les signaux d'entrées sorties du système [P.R.Ortega 1998, Landau 1979].

### 3.2.1 La passivité du modèle dynamique global

Dans cette partie, nous allons présenter la propriété de passivité du modèle dynamique global de véhicule présenté précédemment. Afin de montrer la passivité du modèle, il est indispensable de présenter quelques définitions de la passivité ainsi que des théorèmes liés à cette propriété.

#### 3.2.1.1 Définition et Théorème de la passivité

Rappelons qu'un système passif satisfait la propriété suivante [Landau 1988] :

$$E(t_1) = E(0) + E_s(0, t_1) - E_L(0, t_1) \quad (3.1)$$

où  $E(t_1)$ ,  $E(0)$  sont respectivement l'énergie du système à l'instant  $t_1$  et à l'instant initial  $t = 0$ ,  $E_s(0, t_1)$  est l'énergie fournie au système pendant l'intervalle de temps  $[0, t_1]$ ,  $E_L(0, t_1)$  est l'énergie perdue par dissipation dans les frottements dans l'intervalle de

temps  $[0, t_1]$ .

**Définition :** Un système avec une entrée  $u$  et une sortie  $y$  où  $u(t), y(t) \in \mathbb{R}^n$  est passif s'il existe une constante  $\beta$  ( $\beta > 0$ ) telle que (Inégalité de Popov) [Brogliato 2000, M'sirdi , M'sirdi 2010]

$$\int_0^T y^T(t)u(t)dt \geq \beta \quad (3.2)$$

pour toute fonction  $u$ , et tout  $T \geq 0$ .

**Théorème :** Supposons qu'il existe une fonction positive continue  $V(t)$  telle que

$$\int_0^T y^T(t)u(t)dt \geq V(t) - V(0) \quad (3.3)$$

pour toutes fonctions  $u$ , et tout  $T \geq 0$  et tout  $V(0)$ , alors le système d'entrée  $u(t)$  et de sortie  $y(t)$  est passif.

### 3.2.1.2 Passivité du modèle nominal

Nous rappelons qu'en utilisant le formalisme de Lagrange, le modèle dynamique de véhicule est donné comme suit :

$$\tau = \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial E_c}{\partial q} + \frac{\partial E_p}{\partial q} \quad (3.4)$$

Où  $E_c = \frac{1}{2}(\dot{q}^T M(q)\dot{q})$  représente l'énergie cinétique,  $E_p$  l'énergie potentielle, et  $\tau$  les couples et forces extérieures. Après calcul des énergies potentielle et cinétique nous pouvons établir le modèle dynamique à partir des équations de Lagrange. Ceci nous donne :

$$\tau = M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + V(q, \dot{q}) + \eta_0(t, q, \dot{q}) \quad (3.5)$$

On en déduit :

$$\dot{q}^T M(q)\ddot{q} = \dot{q}^T (\tau - V(q, \dot{q}) - \eta_0(t, q, \dot{q})) \quad (3.6)$$

en intégrant nous trouvons (si on suppose  $q_0 = q(0)$ ) :

$$\int_0^t \dot{q}^T (\tau - V(q, \dot{q}) - \eta_0(t, q, \dot{q})) dt = \frac{1}{2}(\dot{q}^T(t_1)M(q)(t_1)\dot{q}(t_1)) - \frac{1}{2}(\dot{q}_0^T M(q)_0 \dot{q}_0) \quad (3.7)$$

Donc notre système vérifie l'inégalité de Popov (3.3).

Pour le véhicule si nous considérons pour entrée  $u = (\tau - V(q, \dot{q}) - \eta_0(t, q, \dot{q}))$  et pour sortie  $y = \dot{q}$ , alors le transfert de  $u = (\tau - V(q, \dot{q}) - \eta_0(t, q, \dot{q})) \rightarrow y = \dot{q}$  est passif.

### 3.2.2 Interconnexions des systèmes passifs

Généralement, nous trouvons trois types d'interconnexions de deux systèmes passifs  $S_1$  et  $S_2$ . La première interconnexion est dite parallèle, illustrée par la figure 3.1. Comme son nom l'indique, avec cette interconnexion les deux systèmes ont la même entrée  $u = u_1 = u_2$  (pas de contre-réaction) et la sortie  $y = y_1 + y_2$ . Dans ce cas, nous constatons alors que :

$$\int_0^{t_1} y^T u dt = \int_0^{t_1} y_1^T u_1 dt + \int_0^{t_1} y_2^T u_2 dt \quad (3.8)$$

**Proposition 1 :** La combinaison de deux ou plusieurs systèmes passifs en parallèle, nous donne un système passif.

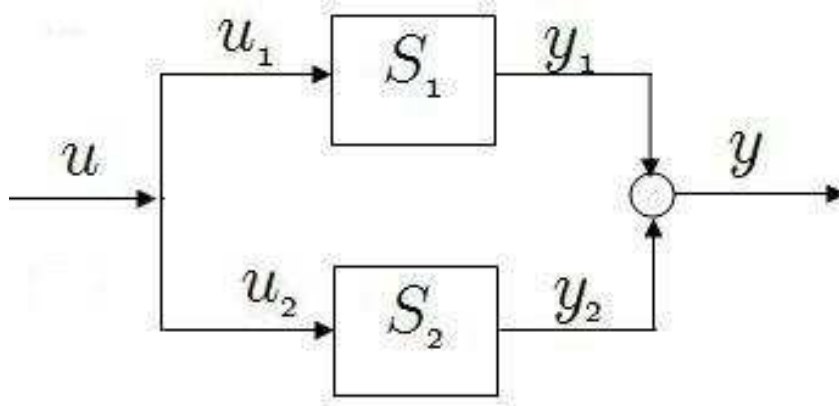


FIGURE 3.1 – Interconnexion parallèle

Le deuxième type de connexion est celui de la contre réaction donnée par la figure 3.2. Dans ce cas, nous avons comme entrée  $u = u_1 + y_2$  et  $u_2 = y_1 = y$ . Nous obtenons alors l'égalité suivante :

$$\int_0^{t_1} \dot{y}^T u dt = \int_0^{t_1} \dot{y}_1^T (u_1 + y_2) dt = \int_0^{t_1} \dot{y}_1^T u_1 dt + \int_0^{t_1} \dot{y}_1^T u_1 dt \quad (3.9)$$

**Proposition 2 :** L'interconnexion de deux ou plusieurs systèmes passifs en contre réaction, nous donne un système passif.

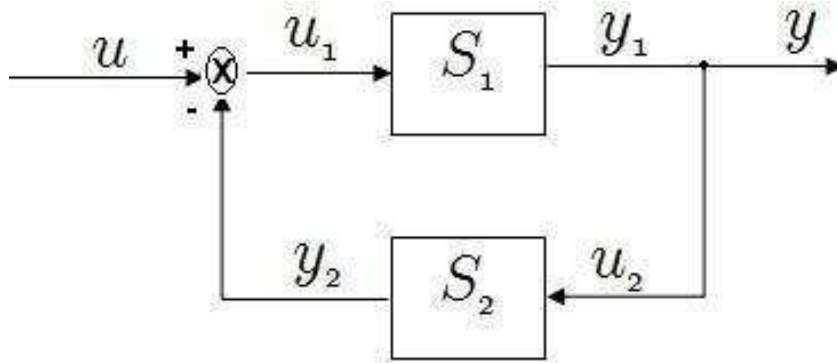


FIGURE 3.2 – Interconnexion en contre réaction

Dans le cas mixte, (figure 3.3), pour étudier la passivité de système global, il est intéressant de découper le système en des blocs passifs inter-connectés. Ensuite, nous utilisons les propositions de passivité présentées précédemment.

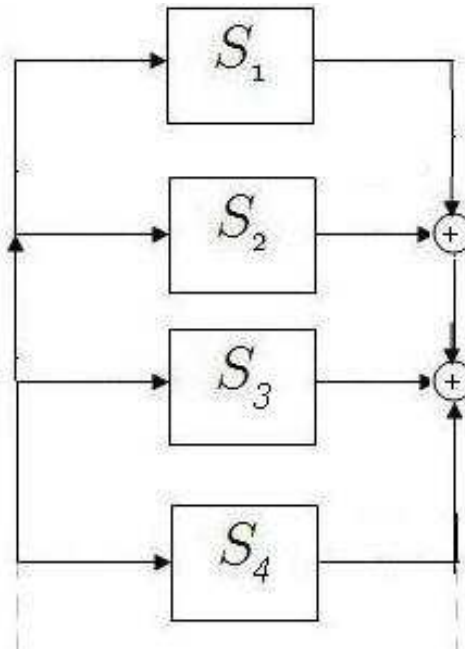


FIGURE 3.3 – Interconnexion mixte

### 3.3 Découpage du modèle complet

Dans cette section, nous présentons une proposition de découpage du modèle dynamique complet de véhicule en cinq sous-systèmes. Cette décomposition est basée sur la propriété de passivité, présentée précédemment, du modèle dynamique. Ces sous-systèmes

seront regroupé par la suite pour obtenir trois blocs [M'sirdi 2010, M'sirdi 2011a] : la caisse, les suspensions et les roues.

Au niveau de la caisse, nous trouvons trois mouvements de translation  $q_1^T = [x, y, z]$  et trois mouvements de rotation  $q_2^T = [\theta, \phi, \psi]$ . Les suspensions nous donnent quatre débattements suivant l'axe vertical  $q_3^T = [z_1, z_2, z_3, z_4]$ . Au niveau de deux roues avant, nous trouvons deux angles de braquage  $q_4^T = [\delta_1, \delta_2]$  pour les deux roues avant et quatre positions angulaires  $q_5^T = [\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4]$  des quatre roues. Donc nous pouvons écrire le vecteur de coordonnées généralisées  $q$  comme suit :  $q^T = [q_1^T, q_2^T, q_3^T, q_4^T, q_5^T]$  [Jaballah 2009c]

$$q_1^T = [x, y, z]$$

$$q_2^T = [\theta, \phi, \psi]$$

$$q_3^T = [z_1, z_2, z_3, z_4]$$

$$q_4^T = [\delta_1, \delta_2]$$

$$q_5^T = [\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4]$$

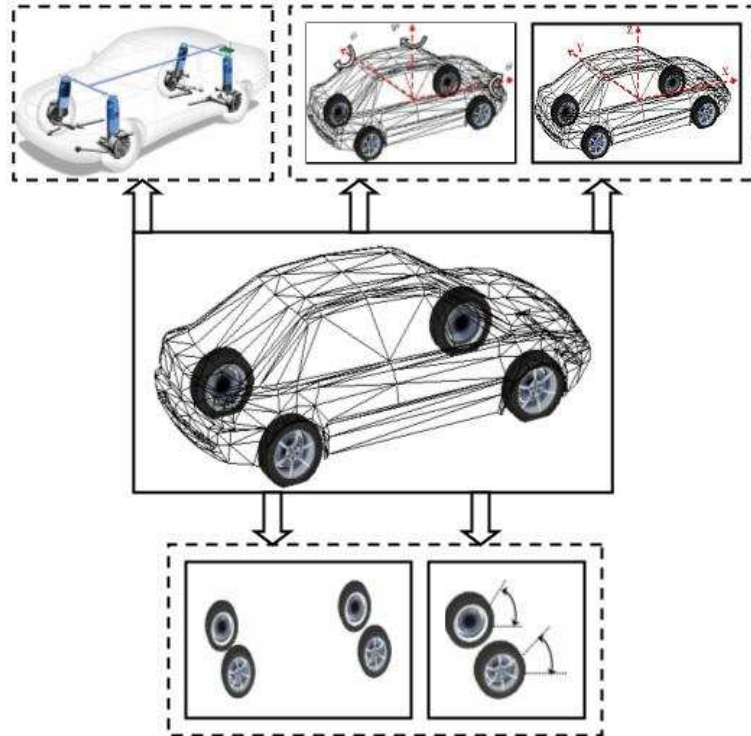


FIGURE 3.4 – Découpage en 5 blocs (*SCANeR-studio*)



Nous pouvons alors découper le modèle dynamique complet du véhicule en cinq sous-systèmes, en considérant que la matrice d'inertie  $M(q)$  et la matrice de Coriolis et Centrifuge  $C(q, \dot{q})$  sont composées de cinq lignes et cinq colonnes, comme suit :

$$M(q) = \begin{bmatrix} \bar{M}_{11} & \bar{M}_{12} & \bar{M}_{13} & \underline{0}_{32} & \underline{0}_{34} \\ \bar{M}_{21} & \bar{M}_{22} & \bar{M}_{23} & \bar{M}_{24} & \bar{M}_{25} \\ \bar{M}_{31} & \bar{M}_{32} & \bar{M}_{33} & \underline{0}_{42} & \underline{0}_{44} \\ \underline{0}_{23} & \bar{M}_{42} & \underline{0}_{24} & \bar{M}_{44} & \underline{0}_{24} \\ \underline{0}_{43} & \bar{M}_{52} & \underline{0}_{44} & \underline{0}_{42} & \bar{M}_{55} \end{bmatrix}_{16 \times 16} \quad (3.10)$$

$$C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} \underline{0}_{33} & \bar{C}_{12} & \bar{C}_{13} & \underline{0}_{32} & \underline{0}_{34} \\ \underline{0}_{33} & \bar{C}_{22} & \bar{C}_{23} & \bar{C}_{24} & \bar{C}_{25} \\ \underline{0}_{43} & \bar{C}_{32} & \bar{C}_{33} & \underline{0}_{42} & \underline{0}_{44} \\ \underline{0}_{23} & \bar{C}_{42} & \underline{0}_{24} & \underline{0}_{22} & \bar{C}_{45} \\ \underline{0}_{43} & \bar{C}_{52} & \underline{0}_{44} & \bar{C}_{54} & \underline{0}_{44} \end{bmatrix}_{16 \times 16} \quad (3.11)$$

$$J = \begin{bmatrix} J_1^T & J_2^T & J_3^T & \underline{0}_{2,12} & \underline{0}_{4,12} \end{bmatrix}_{16 \times 12}^T \quad (3.12)$$

où  $\bar{M}_{ij}$ ,  $\bar{C}_{ij}$ ,  $J_i$  pour  $(i, j = 1, \dots, 5)$ , les composants des matrices  $M(q)$ ,  $C(q, \dot{q})$  et  $J(q)$ , respectivement, sont détaillés en annexe.

Nous considérons aussi que les vecteurs  $\Gamma_e$ ,  $V(q, \dot{q})$  et  $\eta_o(t, q, \dot{q})$  peuvent être découpés de la façon suivante :

$$\Gamma_e = \begin{bmatrix} \underline{0}_{31} & \underline{0}_{31} & \underline{0}_{41} & \Gamma_{e4} & \Gamma_{e5} \end{bmatrix}^T \quad (3.13)$$

$$V(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} V_1 & V_2 & V_3 & V_4 & V_5 \end{bmatrix}^T \quad (3.14)$$

$$\eta_o(t, q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} \eta_1 & \eta_2 & \eta_3 & \eta_4 & \eta_5 \end{bmatrix}^T \quad (3.15)$$

où  $\underline{0}_{ij}$  est une matrice nulle de dimension  $i \times j$ .

Alors le modèle dynamique du véhicule s'écrit sous la forme matricielle suivante :  
[M'sirdi 2008, M'sirdi 2007]

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \underline{0}_{31} \\ \underline{0}_{31} \\ \underline{0}_{41} \\ \Gamma_{e4} \\ \Gamma_{e5} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} J_1^T \\ J_2^T \\ J_3^T \\ \underline{0}_{21} \\ \underline{0}_{41} \end{bmatrix} F &= \begin{bmatrix} \bar{M}_{11} & \bar{M}_{12} & \bar{M}_{13} & \underline{0}_{32} & \underline{0}_{34} \\ \bar{M}_{21} & \bar{M}_{22} & \bar{M}_{23} & \bar{M}_{24} & \bar{M}_{25} \\ \bar{M}_{31} & \bar{M}_{32} & \bar{M}_{33} & \underline{0}_{42} & \underline{0}_{44} \\ \underline{0}_{23} & \bar{M}_{42} & \underline{0}_{24} & \bar{M}_{44} & \underline{0}_{24} \\ \underline{0}_{43} & \bar{M}_{52} & \underline{0}_{44} & \underline{0}_{42} & \bar{M}_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \\ \ddot{q}_4 \\ \ddot{q}_5 \end{bmatrix} + \\
&+ \begin{bmatrix} \underline{0}_{33} & \bar{C}_{12} & \bar{C}_{13} & \underline{0}_{32} & \underline{0}_{34} \\ \underline{0}_{33} & \bar{C}_{22} & \bar{C}_{23} & \bar{C}_{24} & \bar{C}_{25} \\ \underline{0}_{43} & \bar{C}_{32} & \bar{C}_{33} & \underline{0}_{42} & \underline{0}_{44} \\ \underline{0}_{23} & \bar{C}_{42} & \underline{0}_{24} & \underline{0}_{22} & \bar{C}_{45} \\ \underline{0}_{43} & \bar{C}_{52} & \underline{0}_{44} & \bar{C}_{54} & \underline{0}_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \\ \dot{q}_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \\ \eta_4 \\ \eta_5 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Ce qui nous conduit à écrire le sous-modèle de translation dynamique de caisse du véhicule suivant les trois axes, comme suit :

$$\begin{aligned}
F_T &= J_1^T F \\
&= \bar{M}_{11}\ddot{q}_1 + \bar{M}_{12}\ddot{q}_2 + \bar{M}_{13}\ddot{q}_3 + \bar{C}_{12}\dot{q}_2 + \bar{C}_{13}\dot{q}_3 + V_1 + \eta_1
\end{aligned} \tag{3.16}$$

Le sous-modèle dynamique de rotation de caisse selon les trois axes longitudinal, latéral et vertical est donné par l'équation suivante :

$$\begin{aligned}
F_R &= J_2^T F \\
&= \bar{M}_{21}\ddot{q}_1 + \bar{M}_{22}\ddot{q}_2 + \bar{M}_{23}\ddot{q}_3 + \bar{M}_{24}\ddot{q}_4 + \bar{M}_{25}\ddot{q}_5 + \bar{C}_{22}\dot{q}_2 + \bar{C}_{23}\dot{q}_3 + \bar{C}_{24}\dot{q}_4 \\
&\quad + \bar{C}_{25}\dot{q}_5 + V_2 + \eta_2
\end{aligned} \tag{3.17}$$

La dynamique de débattement des quatre suspensions du véhicule suivant l'axe vertical est donnée par l'équation suivante :

$$\begin{aligned}
F_S &= J_3^T F \\
&= \bar{M}_{31}\ddot{q}_1 + \bar{M}_{32}\ddot{q}_2 + \bar{M}_{33}\ddot{q}_3 + \bar{C}_{32}\dot{q}_2 + \bar{C}_{33}\dot{q}_3 + V_3 + \eta_3
\end{aligned} \tag{3.18}$$

Les dynamiques des angles de direction et de rotation angulaire des quatre roues du véhicule sont :

$$\Gamma_{e4} = \bar{M}_{42}\ddot{q}_2 + \bar{M}_{44}\ddot{q}_4 + \bar{C}_{42}\dot{q}_2 + \bar{C}_{45}\dot{q}_5 + V_4 + \eta_4 \tag{3.19}$$

$$\Gamma_{e5} = \bar{M}_{52}\ddot{q}_2 + \bar{M}_{55}\ddot{q}_5 + \bar{C}_{52}\dot{q}_2 + \bar{C}_{54}\dot{q}_4 + V_5 + \eta_5 \tag{3.20}$$

En supposant que les couplages  $\eta_c^i$  ( $i = 1, \dots, 5$ ) sont bornés  $|\eta_c^i| < k_i \forall t, i = (1, \dots, 5)$ , les cinq sous-systèmes peuvent s'écrire sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}
\Sigma_{11} &: \ddot{q}_1 = f_1(\dot{q}_2, \ddot{q}_2, F_T, V_1) + \eta_c^1 \\
\Sigma_{12} &: \ddot{q}_2 = f_2(\dot{q}_2, \ddot{q}_1, F_R, V_2) + \eta_c^2 \\
\Sigma_2 &: \ddot{q}_3 = f_3(q_3, \dot{q}_3, F_S, V_3) + \eta_c^3 \\
\Sigma_{31} &: \ddot{q}_4 = f_4(\dot{q}_5, \Gamma_{e4}, V_4) + \eta_c^4 \\
\Sigma_{32} &: \ddot{q}_5 = f_5(\dot{q}_4, \Gamma_{e5}, V_5) + \eta_c^5
\end{aligned} \tag{3.21}$$

les termes de couplage étant donnés par les équations suivantes :

$$\begin{aligned}
\eta_c^1 &= -\bar{M}_{11}^{-1}(\bar{M}_{13}\ddot{q}_3 + \bar{C}_{13}\dot{q}_3 + \eta_1) \\
\eta_c^2 &= -\bar{M}_{22}^{-1}(\bar{M}_{23}\ddot{q}_3 + \bar{M}_{24}\ddot{q}_4 + \bar{M}_{25}\ddot{q}_5 + \bar{C}_{23}\dot{q}_3 + \bar{C}_{24}\dot{q}_4 + \bar{C}_{25}\dot{q}_5 + \eta_2) \\
\eta_c^3 &= -\bar{M}_{33}^{-1}(\bar{M}_{31}\ddot{q}_1 + \bar{M}_{32}\ddot{q}_2 + \bar{C}_{32}\dot{q}_2 + \eta_3) \\
\eta_c^4 &= -\bar{M}_{44}^{-1}(\bar{M}_{42}\ddot{q}_2 + \bar{C}_{42}\dot{q}_2 + \eta_4) \\
\eta_c^5 &= -\bar{M}_{55}^{-1}(\bar{M}_{52}\ddot{q}_2 + \bar{C}_{52}\dot{q}_2 + \eta_5)
\end{aligned} \tag{3.22}$$

Nous avons présenté ici les différents sous-systèmes  $\Sigma_{11}$ ,  $\Sigma_{12}$ ,  $\Sigma_2$ ,  $\Sigma_{31}$  et  $\Sigma_{32}$  qui correspondent respectivement aux translations et rotations de la caisse, aux débattements des suspensions, à l'angle de direction des roues avant et aux rotations des roues.

La figure 3.5 représente les différents blocs du modèle dynamique de véhicule. Les sous-systèmes  $\Sigma_{11}$  et  $\Sigma_{12}$  sont associés ensemble pour décrire la dynamique de la caisse notée  $\Sigma_1$ . De même, les deux sous-systèmes  $\Sigma_{31}$  et  $\Sigma_{32}$  présentent la dynamique des roues, notée  $\Sigma_3$ . Par conséquent, le nombre des sous-systèmes est réduit à trois, au lieu de cinq.

### 3.3.1 La dynamique de caisse $\Sigma_1$

#### 3.3.1.1 Définition de $\Sigma_1$

Comme le sous-modèle dynamique de translation et d'orientation de la caisse du véhicule  $\Sigma_1$  est obtenu en associant les deux sous-systèmes  $\Sigma_{11}$  et  $\Sigma_{12}$ , en utilisant les équations (3.16) et (3.17) nous écrivons ce sous-système de la façon suivante :

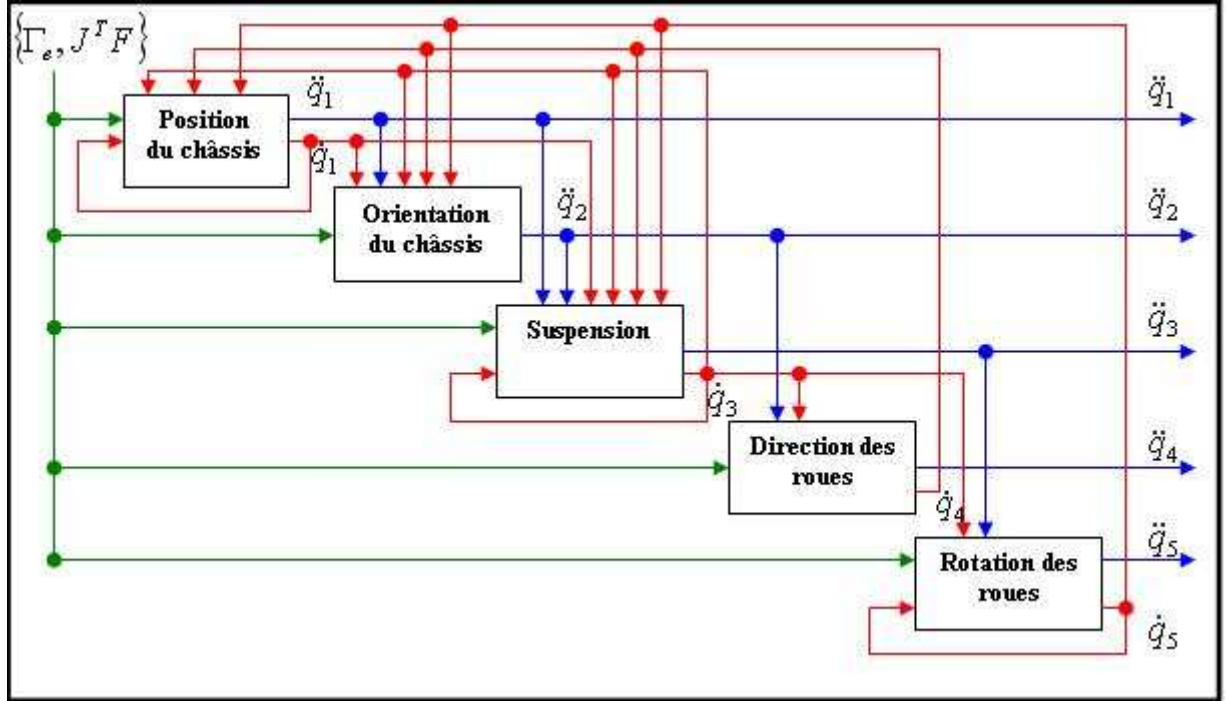


FIGURE 3.5 – Les cinq sous-systèmes du modèle dynamique de véhicule

$$\Sigma_1 : \begin{bmatrix} F_T \\ F_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{M}_{11} & \bar{M}_{12} \\ \bar{M}_{21} & \bar{M}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{C}_{12} \\ \bar{C}_{22} \end{bmatrix} \dot{q}_2 + \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{M}_{11} & 0_{33} \\ 0_{33} & \bar{M}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_c^1 \\ \eta_c^2 \end{bmatrix}$$

Nous choisissons  $x_{11} = (q_1, q_2)$  et  $x_{12} = (\dot{q}_1, \dot{q}_2)$  ; la représentation d'état équivalente à ce sous-système peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_{11} = x_{12} \\ \dot{x}_{12} = M_1^{-1}(J_{12}^T F - C_1 x_{12} - V_{12} - \mu_1) \\ y_1 = h(x_{11}, x_{12}) \end{cases} \quad (3.23)$$

Où :

$$* \quad M_1 = \begin{bmatrix} \bar{M}_{11} & \bar{M}_{12} \\ \bar{M}_{21} & \bar{M}_{22} \end{bmatrix} \text{ est la matrice d'inertie réduite ;}$$

$$* \quad C_1 = \begin{bmatrix} 0_{33} & \bar{C}_{12} \\ 0_{33} & \bar{C}_{22} \end{bmatrix} \text{ est la matrice de Coriolis et centrifuge réduite ;}$$

\*  $J_{12}^T = \begin{bmatrix} J_1^T \\ J_2^T \end{bmatrix}$  est la matrice Jacobienne réduite ;

\*  $V_{12} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$  est le vecteur de suspension et de forces de gravitation associé au sous-système  $\Sigma_1$  ;

\*  $\mu_1 = - \begin{bmatrix} M_{11} & 0 \\ 0 & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_c^1 \\ \eta_c^2 \end{bmatrix}$  est le vecteur des termes de couplage avec les autres sous-systèmes  $\Sigma_2$  et  $\Sigma_3$ .

Nous pouvons encore réécrire ce système comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}_{11} = x_{12} \\ \dot{x}_{12} = f_1(t, x_{12}) + \xi_1(t, F) + \varepsilon_1(t) \\ y_1 = h(x_{11}, x_{12}) \end{cases} \quad (3.24)$$

avec  $f_1(t, x_{12}) = -M_1^{-1}(C_1 x_{12} + V_{12})$ ,  $\xi_1(t, F) = M_1^{-1}(J_{12}^T F)$  et  $\varepsilon_1(t) = -M_1^{-1}\mu_1$ .

### 3.3.1.2 Passivité de $\Sigma_1$

Afin de justifier cette décomposition il est indispensable de prouver la passivité de chaque sous-système en vérifiant l'inégalité de Popov (3.3) présenté précédemment.

L'équation dynamique de sous-système  $\Sigma_1$  est donné comme suit :

$$M_1(x_{11})\ddot{x}_{11} = J_{12}^T F - C_1(x_{11}, x_{12})\dot{x}_{11} - V_{12}(x_{11}, x_{12}) - \mu_1 \quad (3.25)$$

L'énergie cinétique de ce sous-système est :

$$\begin{aligned} E_{c1} &= \frac{1}{2}(\dot{x}_{11}^T M_1(x_{11}) \dot{x}_{11}) \\ &= \dot{x}_{11}(J_{12}^T F - V_{12}(x_{11}, x_{12}) - \mu_1) \end{aligned} \quad (3.26)$$

En intégrant 3.26, nous trouvons :

$$\int_0^t \dot{x}_{11}^T (J_{12}^T F - V_{12}(x_{11}, x_{12}) - \mu_1) dt = \frac{1}{2}(\dot{x}_{11}^T(t_1) M_1 \dot{x}_{11}(t_1)) - \frac{1}{2}(\dot{x}_{11_0}^T M_1 \dot{x}_{11_0}) \quad (3.27)$$

avec  $x_{11_0} = x_{11}(0)$ .

Nous pouvons alors conclure que notre sous-système  $\Sigma_1$  d'entrée  $u = J_{12}^T F - V_{12}(x_{11}, x_{12}) - \mu_1$  et pour sortie  $y = \dot{x}_{11}$  est passif.

### 3.3.2 La dynamique de suspension $\Sigma_2$

#### 3.3.2.1 Définition de $\Sigma_2$

La dynamique de suspension est donnée par l'équation (3.18) :

$$\Sigma_2 : F_S = \bar{M}_{33}\ddot{q}_3 + \bar{C}_{33}\dot{q}_3 + V_3 - \bar{M}_{33}\eta_c^3 \quad (3.28)$$

$\bar{M}_{33}$  est la matrice d'inertie réduite associée au sous-système  $\Sigma_2$  et le terme de couplage  $\eta_c^3$  est donné par l'équation (3.22).

Si nous choisissons  $(x_{21}, x_{22}) = (q_3, \dot{q}_3)$  et avec  $\mu_2 = -\bar{M}_{33}\eta_c^3$ , la représentation d'état du sous-système  $\Sigma_2$  est la suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_{21} = x_{22} \\ \dot{x}_{22} = \bar{M}_{33}^{-1}(J_3^T F - \bar{C}_{33}x_{22} - V_3 - \mu_2) \\ y_2 = h(x_2) \end{cases} \quad (3.29)$$

#### 3.3.2.2 Passivité de $\Sigma_2$

Comme nous avons montré la passivité de sous-système  $\Sigma_1$  précédemment, nous allons prouver cette propriété pour le sous-système  $\Sigma_2$ . D'après l'équation (3.29), la dynamique de sous-système de suspension  $\Sigma_2$  est comme suit :

$$\bar{M}_{33}\ddot{x}_{21} = J_3^T F - \bar{C}_{33}(x_{21}, x_{22})\dot{x}_{21} - V_3(x_{21}, x_{22}) - \mu_2 \quad (3.30)$$

En suivant la même démarche présentée dans la section (3.3.1.2), l'énergie cinétique  $E_{c2}$  du sous-système  $\Sigma_2$  est égale à :

$$\begin{aligned} E_{c2} &= \frac{1}{2}(\dot{x}_{21}^T \bar{M}_{33}(x_{21}) \dot{x}_{21}) \\ &= \dot{x}_{21}(J_3^T F - V_3(x_{21}, x_{22}) - \mu_2) \end{aligned} \quad (3.31)$$

En intégrant, nous trouvons :  $x_{21_0} = x_{21}(0)$

$$\int_0^t \dot{x}_{21}^T (J_3^T F - V_3(x_{21}, x_{22}) - \mu_2) dt = \frac{1}{2}(\dot{x}_{21}^T(t_1) \bar{M}_{33} \dot{x}_{21}(t_1)) - \frac{1}{2}(\dot{x}_{21_0}^T \bar{M}_{33} \dot{x}_{21_0}) \quad (3.32)$$

Nous concluons alors que le sous-système de suspension  $\Sigma_2$  d'entrée  $u = J_3^T F - V_3(x_{21}, x_{22}) - \mu_2$  et pour sortie  $y = \dot{x}_{21}$  est passif.

### 3.3.3 La dynamique des roues $\Sigma_3$

#### 3.3.3.1 Définition de $\Sigma_3$

La dynamique de roues est donnée par les deux angles de braquage de deux roues avant  $\Sigma_{31}$  et les positions angulaires des quatre roues du véhicule  $\Sigma_{32}$ . Elle est résumée par les équations (3.19) et (3.20), comme suit :

$$\begin{aligned} \Sigma_3 : \begin{bmatrix} \Gamma_{e4} \\ \Gamma_{e5} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \bar{M}_{44} & \underline{0}_{24} \\ \underline{0}_{42} & \bar{M}_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_4 \\ \ddot{q}_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{0}_{22} & \bar{C}_{45} \\ \bar{C}_{54} & \underline{0}_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_4 \\ \dot{q}_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_4 \\ V_5 \end{bmatrix} \\ &- \begin{bmatrix} \bar{M}_{44} & \underline{0}_{24} \\ \underline{0}_{42} & \bar{M}_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_c^4 \\ \eta_c^5 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.33)$$

$\eta_c^4$  et  $\eta_c^5$  sont les termes de couplage donnés par les équations (3.22).

En choisissant  $x_{31} = (q_4, q_5)$ ,  $x_{32} = (\dot{q}_4, \dot{q}_5)$ , la représentation d'état de ce sous-système  $\Sigma_3$  est la suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_{31} = x_{32} \\ \dot{x}_{32} = M_3^{-1}(\Gamma_{e45} - C_3 x_{32} - V_{45} - \mu_3) \\ y_3 = h(x_{31}, x_{32}) \end{cases} \quad (3.34)$$

Où :

\*  $M_3 = \begin{bmatrix} \bar{M}_{44} & \underline{0}_{24} \\ \underline{0}_{42} & \bar{M}_{55} \end{bmatrix}$  est la matrice d'inertie réduite ;

\*  $C_3 = \begin{bmatrix} \underline{0}_{22} & \bar{C}_{45} \\ \bar{C}_{54} & \underline{0}_{44} \end{bmatrix}$  représente la matrice de Coriolis et centrifuge réduite ;

\*  $\Gamma_{e45} = \begin{bmatrix} \Gamma_{e4} \\ \Gamma_{e5} \end{bmatrix}$  est la matrice Jacobienne réduite ;

\*  $V_{45} = \begin{bmatrix} V_4 \\ V_5 \end{bmatrix}$  est le vecteur de suspension et de forces de gravitation associé au sous-système ;

\*  $\mu_3 = - \begin{bmatrix} \bar{M}_{44} & \bar{Q}_{24} \\ \bar{Q}_{42} & \bar{M}_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_c^4 \\ \eta_c^5 \end{bmatrix}$  est le terme de couplage avec les autres sous-systèmes  $\Sigma_1$  et  $\Sigma_2$ .

### 3.3.3.2 Passivité de $\Sigma_3$

La dynamique des roues du véhicule est donnée par l'équation suivante :

$$M_3 \ddot{x}_{31} = \Gamma_{e45} - C_3(x_{31}, x_{32}) \dot{x}_{31} - V_{45}(x_{31}, x_{32}) - \mu_3 \quad (3.35)$$

L'énergie cinétique de  $\Sigma_3$  est donné comme suit :

$$\begin{aligned} E_{c3} &= \frac{1}{2} (\dot{x}_{31}^T M_3(x_{31}) \dot{x}_{31}) \\ &= \dot{x}_{31} (\Gamma_{e45} - V_{45}(x_{31}, x_{32}) - \mu_3) \end{aligned} \quad (3.36)$$

En intégrant 3.36, nous trouvons :

$$\int_0^t \dot{x}_{31}^T (\Gamma_{e45} - V_{45}(x_{31}, x_{32}) - \mu_3) dt = \frac{1}{2} (\dot{x}_{31}^T(t_1) M_3 \dot{x}_{31}(t_1)) - \frac{1}{2} (\dot{x}_{31_0}^T M_3 \dot{x}_{31_0}) \quad (3.37)$$

avec  $x_{31_0} = x_{31}(0)$ .

Nous pouvons alors conclure que notre sous-système des roues  $\Sigma_3$  d'entrée  $u = \Gamma_{e45} - V_{45}(x_{31}, x_{32}) - \mu_3$  et pour sortie  $y = \dot{x}_{31}$  est passif.

## 3.4 Résultats de simulation

Dans le but de valider notre proposition de découpage du modèle dynamique de véhicule en trois sous-systèmes, nous utilisons le simulateur de véhicule *SIMK106N*. Les résultats de simulation sont obtenus pour deux angles de direction différentes : sinusoïdale et carré.



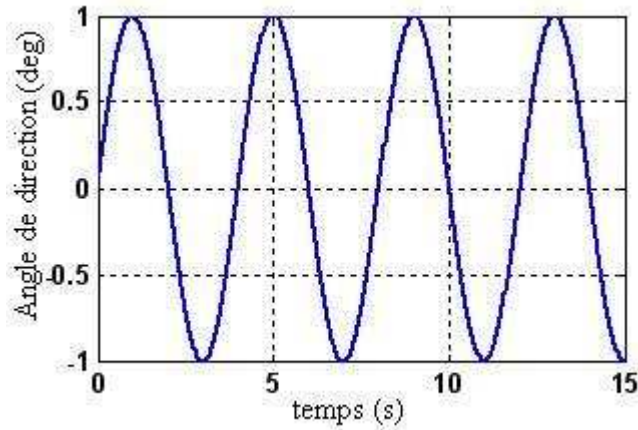


FIGURE 3.6 – L'angle de direction pour la première simulation

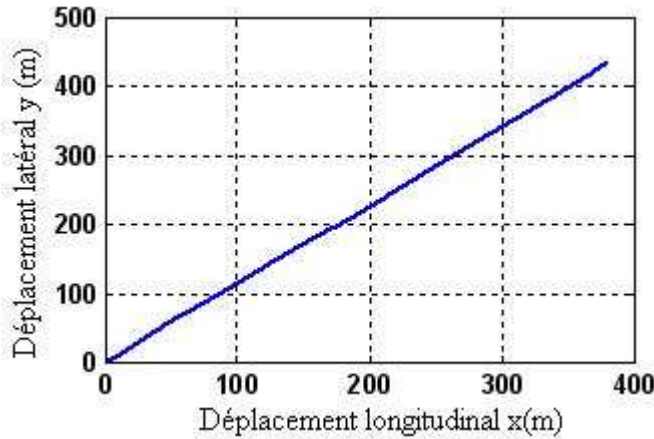
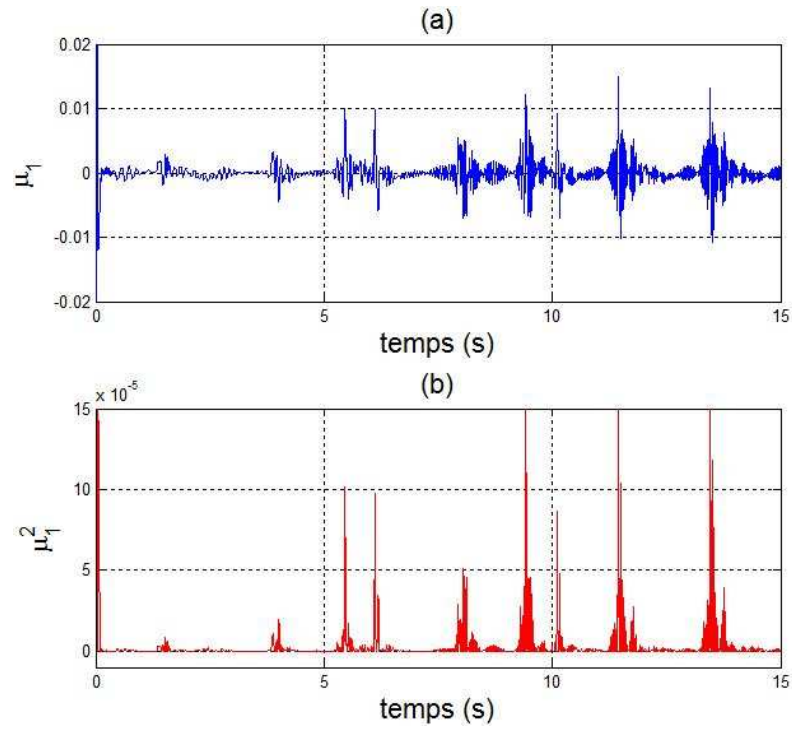
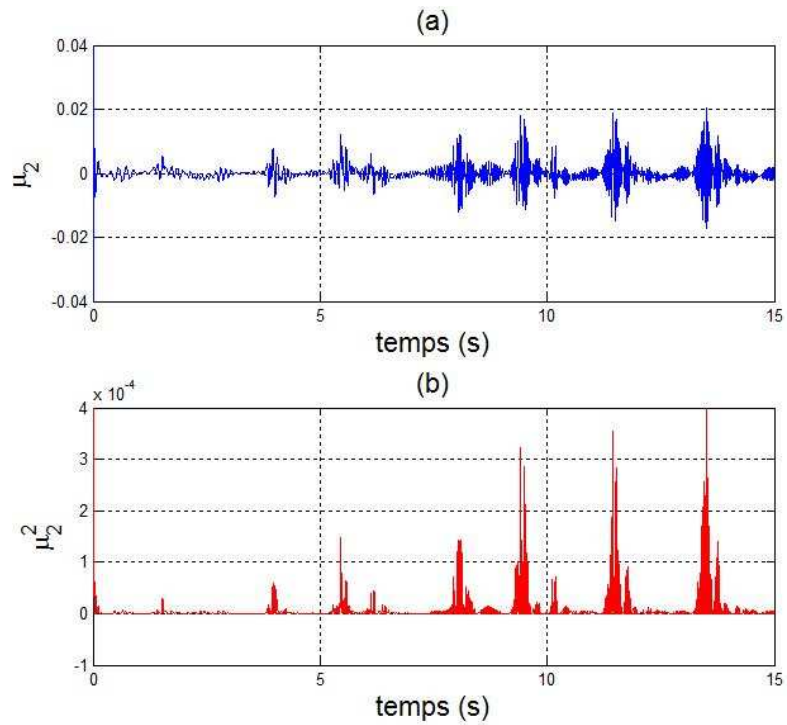
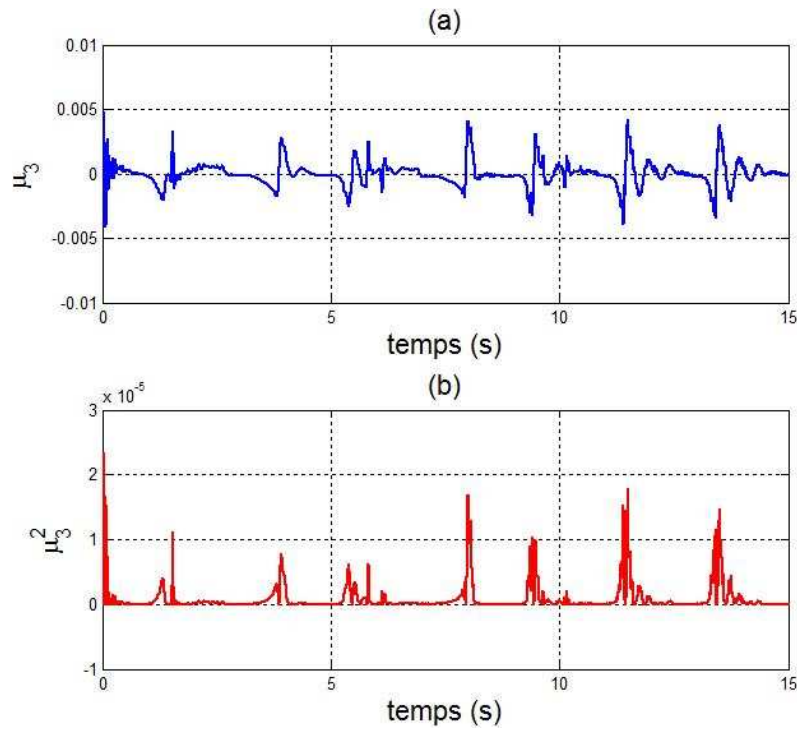


FIGURE 3.7 – La trajectoire suivie par le véhicule pour la première simulation

La figure 3.6 représente l'angle de direction utilisé pendant la première simulation. Cet angle est de forme sinusoïdale d'amplitude  $10(deg)$  et de fréquence  $0.25\ Hz$ . Le véhicule suit la trajectoire donnée par la figure 3.7.

Les courbes des figures 3.8-a et 3.8-b représentent respectivement les variations de la moyenne de six composants du terme de couplage  $\mu_{1,moy}$  et le carré de la moyenne  $\mu_{1,moy}^2$  ( $\mu_{1,moy} = \frac{\mu_{1,1} + \mu_{1,2} + \mu_{1,3} + \mu_{1,4} + \mu_{1,5} + \mu_{1,6}}{6}$  où  $\mu_{1,1}$ ,  $\mu_{1,2}$ ,  $\mu_{1,3}$ ,  $\mu_{1,4}$ ,  $\mu_{1,5}$  et  $\mu_{1,6}$  sont les composants du vecteur  $\mu_1$ ). Nous constatons que tout au long de la simulation, la moyenne de terme de couplage  $\mu_{1,moy}$  est presque nul, il varie entre 0.01 et  $-0.01$ .

FIGURE 3.8 – La moyenne de terme de couplage  $\mu_1$  pour la première simulationFIGURE 3.9 – La moyenne de terme de couplage  $\mu_2$  pour la première simulation

FIGURE 3.10 – La moyenne de terme de couplage  $\mu_3$  pour la première simulation

Les figures 3.9-a et 3.9-b nous présentent respectivement la moyenne des composants du terme de couplage  $\mu_{2,moy}$  et son carré  $\mu_{2,moy}^2$  ( $\mu_{2,moy} = \frac{\mu_{2,1} + \mu_{2,2} + \mu_{2,3} + \mu_{2,4}}{4}$  où  $\mu_{2,1}$ ,  $\mu_{2,2}$ ,  $\mu_{2,3}$  et  $\mu_{2,4}$  sont les composants du vecteur  $\mu_2$ ). Nous pouvons dire que le signal est négligeable par rapport aux autres paramètres du véhicule puisque sa valeur absolue ne dépasse pas 0.02. Nous faisons la même remarque pour le terme de couplage  $\mu_3$ , qui est donné par la figure 3.10-a.

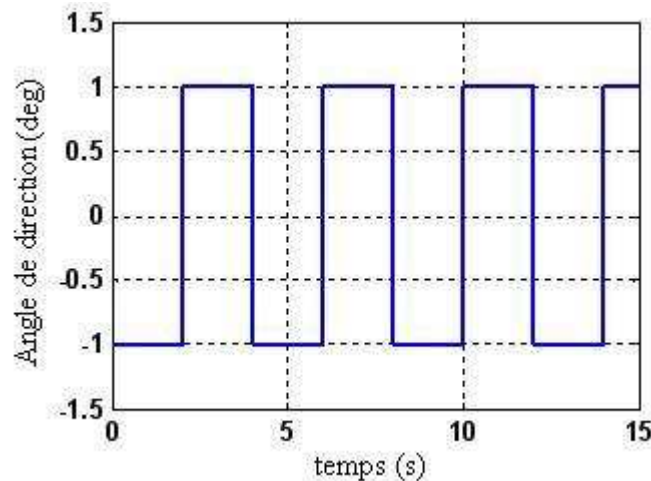


FIGURE 3.11 – L'angle de direction pour la deuxième simulation

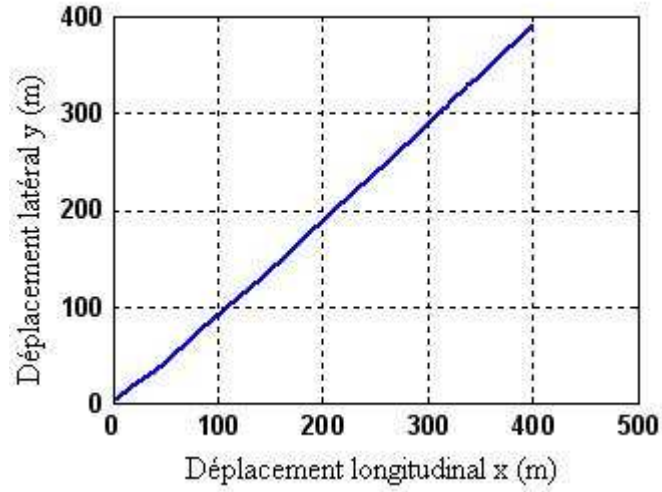


FIGURE 3.12 – La trajectoire pour la deuxième simulation  
(a)

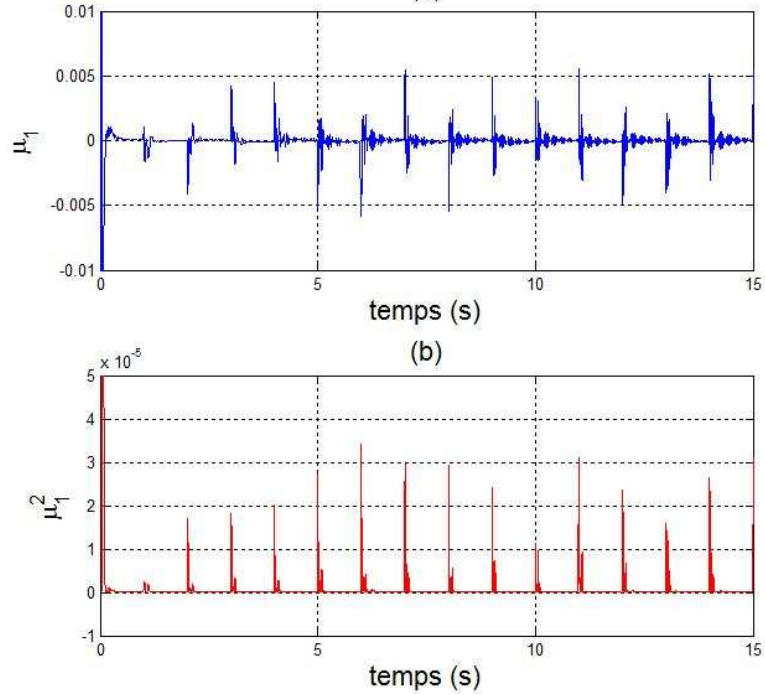
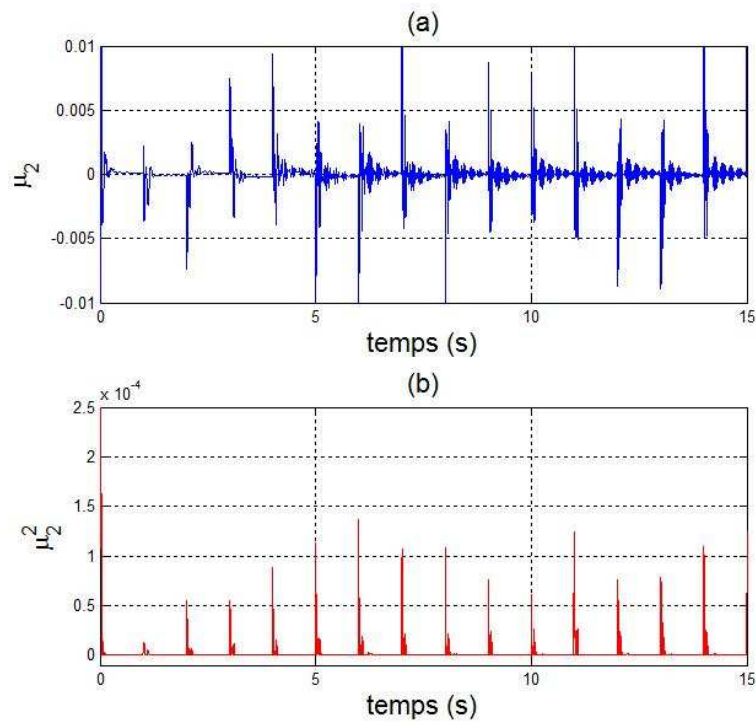
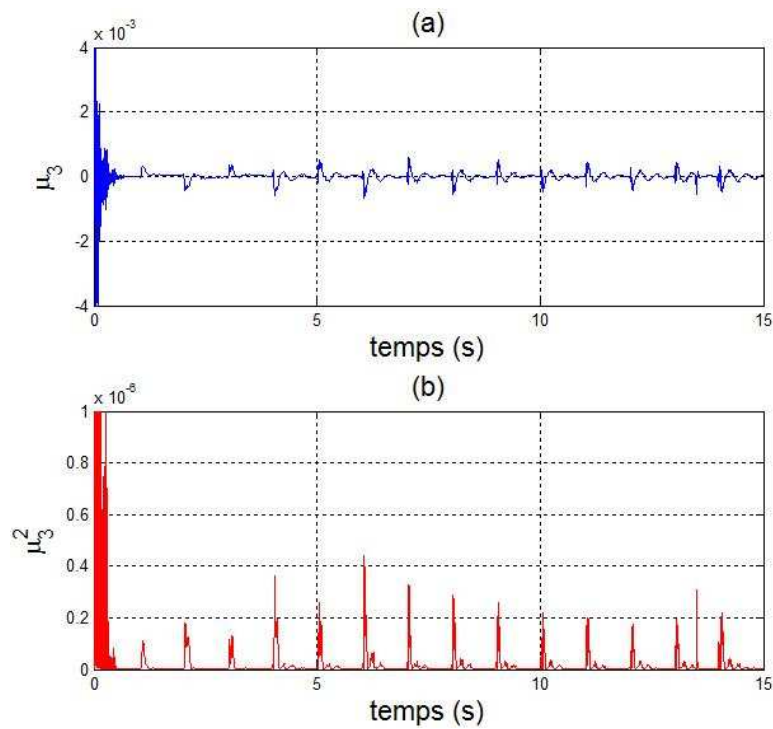


FIGURE 3.13 – La moyenne de terme de couplage  $\mu_1$  pour la deuxième simulation

La figure 3.11 représente le deuxième angle de direction utilisé pendant la deuxième simulation. Cet angle est de forme carré d'amplitude 1 et de fréquence  $0.25 \text{ Hz}$ . La trajectoire du véhicule pendant cette simulation est donnée la figure 3.12.

Les figures 3.13-a et 3.13-b présentent respectivement les termes de couplage  $\mu_1$  et  $\mu_1^2$ . Nous remarquons bien que ce terme est presque nul bien qu'au début de simulation il était égal à 0.01. Les courbes des figures 3.14-a et 3.14-b représentent respectivement

FIGURE 3.14 – La moyenne de terme de couplage  $\mu_2$  pour la deuxième simulationFIGURE 3.15 – La moyenne de terme de couplage  $\mu_3$  pour la deuxième simulation

les termes de couplage  $\mu_2$  et  $\mu_2^2$ . Nous constatons que le terme de couplage  $\mu_2$  converge rapidement vers la valeur zéro, ce qui prouve et valide notre approche de découpage du modèle dynamique du véhicule en trois sous-systèmes. D'après les courbes des figures 3.15-a et 3.15-b, qui représentent respectivement les termes de couplage  $\mu_3$  et  $\mu_3^2$ , nous remarquons que ce terme de couplage est négligeable, puisqu'il est presque nul tout au long de notre simulation.

## 3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté un découpage du modèle dynamique de véhicule. Dans un premier temps, une décomposition du système en cinq parties a été proposée : position du châssis, orientation du châssis, suspensions, direction des roues avant et rotation des roues. Ensuite, nous avons groupé les deux premiers blocs en un seul noté  $\Sigma_1$  et les deux derniers blocs en un seul noté  $\Sigma_3$ . Nous trouvons finalement trois sous-systèmes  $\Sigma_1$ ,  $\Sigma_2$  et  $\Sigma_3$ , qui représentent respectivement la dynamique de caisse, la dynamique de suspension et la dynamique des roues. Cette décomposition est basée sur la théorie de la passivité du système. Pour illustrer cet approche, nous avons utilisé le simulateur de véhicule *SIMK106N* pour montrer que les termes de couplage qui relient les différents blocs sont faibles.

Dans le chapitre suivant, nous allons considérer ces blocs séparément pour développer des observateurs pour estimer l'état partiel du système.

# Synthèse d'observateurs

## Sommaire

<b>4.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>56</b>
<b>4.2</b>	<b>Les modes de glissement</b>	<b>56</b>
4.2.1	Définition	57
4.2.2	Conditions d'existence du glissement	57
4.2.3	Robustesse des modes glissants	59
4.2.4	Phénomène de réticence	59
4.2.5	Modes glissants d'ordre supérieur	60
4.2.5.1	Algorithme du <i>twisting</i>	61
4.2.5.2	Algorithme du <i>super-twisting</i>	62
<b>4.3</b>	<b>Observateur par modes glissants</b>	<b>63</b>
4.3.1	Définition d'un observateur	63
4.3.2	Observabilité des systèmes non-linéaires	64
4.3.3	Mise en forme du modèle	65
4.3.4	Observateur par modes glissants d'ordre un	66
4.3.5	Observateur triangulaires par modes glissants	71
4.3.6	Résultats de simulation	72
<b>4.4</b>	<b>Observateurs partiels d'état</b>	<b>76</b>
4.4.1	Observateur à mode de glissement d'ordre 1	77
4.4.1.1	Modèle générique pour les sous-systèmes	77
4.4.1.2	Observateur d'ordre 1	78
4.4.2	Observateur à mode de glissement d'ordre 2	78
<b>4.5</b>	<b>Les observateurs algébriques ALIEN<sup>1</sup></b>	<b>79</b>
4.5.1	Présentation de l'approche	79
4.5.2	Les algorithmes d'estimation	80
4.5.2.1	Algorithme 1 : Estimation de $V_x$	80
4.5.2.2	Algorithme 2 : Estimation de $V_y$	80
4.5.3	Résultats de simulation des algorithmes d'estimation	81
<b>4.6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>83</b>

1. ALgèbre pour Identification et Estimation Numériques

## 4.1 Introduction

La connaissance de l'état global d'un système à chaque instant est nécessaire, non seulement dans le cas classique de la commande de système par retour d'état statique ou dynamique, mais aussi dans un contexte plus général, comme par exemple pour le diagnostic, la détection de panne, la sécurité, etc. Cependant, pour des raisons technologiques ou de fiabilité, ou tout simplement pour des raisons économiques, la mesure de tout état n'est souvent pas possible. D'où la nécessité de la reconstitution des variables d'état non mesurables à l'aide des observateurs robustes basés sur des mesures disponibles.

Plusieurs méthodes d'observation existent dans la littérature. Parmi celles-ci, nous pouvons citer l'observateur de Kalman [Kalman 1963] et l'observateur de Lunenberger [Lunenberger 1964, Lunenberger 1966] pour les systèmes linéaires. Dans ce cas, le principe de séparation permet la synthèse d'un observateur indépendamment de la commande.

Pour les systèmes non-linéaires, nous trouvons des observateurs basés sur la théorie de la stabilité de Lyapunov [Thau 1973], des observateurs à grand gain [Esfandiari 1989, Nicosia 1998] et les observateurs par modes glissants [Utkin 1977, Slotine 1986, Barbot 1996, Utkin 1999]. Ce dernier type d'observateur est basé sur les systèmes à structure variable [Emelyanov 1967]. Il a des bonnes propriétés de robustesse vis-à-vis des erreurs paramétriques et des perturbations bornées. Pour cela et pour d'autres raisons, l'observateur par mode glissant sera utilisé par la suite pour estimer l'état du véhicule et les forces de contact pneu/chaussée.

Dans ce chapitre, nous présentons, dans un premier temps, la technique de mode glissant d'ordre un et d'ordre supérieur qui sera utilisée pour développer les observateurs pour estimer l'état global et partiel du véhicule. Dans un second temps, nous présenterons l'approche algébrique *ALIEN* qui nous permet d'estimer l'état du véhicule en exploitant des outils mathématiques. Des résultats de simulation seront donnés pour illustrer les différents approches théoriques.

## 4.2 Les modes de glissement

Depuis des années, la technique des modes glissants pour les systèmes non-linéaires a été largement étudiée et développée. L'objectif de cette méthode est d'obliger le système à suivre, en temps fini, une surface où le comportement résultant correspond aux dynamiques souhaitées [Edwards 1998]. Cette technique n'est autre qu'un cas particulier de la théorie des systèmes à structure variable, présentée par Filippov en 1960 [Filippov 1960]. L'utilisation de cette théorie date de la parution des livres d'Emelyanov [Emelyanov 1967] et d'Utkin [Utkin 1977].



### 4.2.1 Définition

Soit  $(S)$  un système non linéaire tel que :

$$(S) : \begin{cases} \dot{x} = f(x, u) \\ y = h(x) \end{cases} \quad (4.1)$$

où  $x \in \mathbb{R}^n$  représente l'état du système,  $y \in \mathbb{R}^p$  est le vecteur de sorties disponible ( $p < n$ ) et  $u \in \mathbb{R}^m$  représente la commande du système vérifiant :

$$u(x, t) = \begin{cases} u^+ & \text{si } s(x) > 0 \\ u^- & \text{si } s(x) < 0 \\ \in [-1, 1] & \text{si } s(x) = 0 \end{cases} \quad (4.2)$$

$s$  est une hyper-surface suffisamment différentiable, appelée surface de glissement ou de commutation, vérifiant,  $s(x) = 0$ . Cette surface divise l'espace de phase en deux sous-espaces disjoints  $s^+$  et  $s^-$ , tels que :

$$s^+ = \{x \in \mathbb{R}^n / s(x) > 0\} \quad (4.3)$$

et

$$s^- = \{x \in \mathbb{R}^n / s(x) < 0\} \quad (4.4)$$

L'état du système  $x$  rejoint la surface  $s(x) = 0$  avec les vitesses notées  $f^+$  et  $f^-$  sous les conditions données par le système d'équations différentielles suivant :

$$\dot{x} = \begin{cases} f^+(x) & \text{si } x \in s^+ \\ f^-(x) & \text{si } x \in s^- \end{cases} \quad (4.5)$$

Lorsque ces deux conditions sont vérifiées, la surface  $s(x) = 0$  est dite attractive. Le glissement de l'état  $x$  le long de cette surface engendre un mode appelé *régime* ou *mode de glissement*.

### 4.2.2 Conditions d'existence du glissement

L'attractivité de la surface  $s(x) = 0$  n'est assurée en réalité que dans un domaine réduit, appelé domaine de glissement  $D_g$ . Pour que les trajectoires du système restent dans ce domaine  $D_g$ , la commande  $u$  du système est donnée de telle sorte qu'elle vérifie la structure variable suivante :

$$u(x, t) = \begin{cases} u^+(x, t) & \text{si } s(x) > 0 \\ u^-(x, t) & \text{si } s(x) < 0 \\ \in [-1, 1] & \text{si } s(x) = 0 \end{cases} \quad (4.6)$$

Les conditions d'existence du mode de glissement selon Utkin sont données par le théorème suivant : [Utkin 1977]

**Théorème 1** : *Le domaine  $D_g$  de dimension  $(n - 1)$  est un domaine de glissement pour le système donné par (4.1) si pour  $x \in D_g$ , il existe une fonction de Lyapunov  $V(s, x, t)$  définie sur un ensemble  $\Omega$  contenant l'origine et qui est continûment différentiable vis-à-vis de tous ses arguments et satisfaisant les conditions suivantes :*

1. *La fonction  $V(s, x, t)$  est définie positive par rapport à  $g$  comme suit :*

$$\begin{cases} V(s, x, t) > 0 \text{ si } s \neq 0 \\ V(s, x, t) = 0 \text{ si } s = 0 \end{cases} \quad (4.7)$$

2. *Soit  $R \in \mathbb{R}_+$ , pour tout état  $x$  dans  $D_g$ , la fonction de Lyapunov  $V$  vérifie toujours :*

$$\inf_{\|g\|=R} V(s, x, t) = h_R \quad (4.8)$$

$$\sup_{\|g\|=R} V(s, x, t) = H_R \quad (4.9)$$

*tel que  $R \neq 0$  et  $\lim_{R \rightarrow 0} H_R = 0$*

*avec  $h_R$  et  $H_R$  sont des constantes positives qui dépendent de  $\mathbb{R}$ .*

3. *La dérivée de la fonction de Lyapunov  $V$ , le long des trajectoires du système, est définie négative pour tout  $s(x, t)$  non nulle.*
4. *Sur  $\|g\| = R$ , en dehors des points de discontinuité, la relation ci-dessous est vérifiée :*

$$\sup_{\|s\|=R} \frac{dV}{dt} = -\delta, \delta > 0, \sup_{R \in [a, b]} \delta > 0 \quad (4.10)$$

*tel que*

$$0 < a < b \text{ avec } \|s\| < b \quad (4.11)$$

*La fonction de Lyapunov la plus utilisée est  $V = \frac{s^2}{2}$ , la surface  $s(x) = 0$  est attractive si la dérivée de  $V$  est négative, soit :*

$$s\dot{s} < 0 \quad (4.12)$$

*Cette condition est appelée condition d'attractivité ou de glissement.*

Ce théorème, donné par Fillipov, sur la condition de glissement, fait intervenir des projections des champs de vecteur  $f^+$  et  $f^-$  sur la normale à la surface  $s(x) = 0$ .

**Remarque 1** *La condition d'attractivité (4.12) ne garantit qu'une convergence asymptotique vers la surface de glissement  $s(x) = 0$ . Afin d'assurer une convergence en temps fini  $t_{fini}$ , la condition (4.12) est remplacée par la condition dite de  $\eta$ -attractivité, donnée par [Slotine 1986]*

$$s\dot{s} < \eta|s| \text{ avec } \eta > 0 \quad (4.13)$$

L'expression de  $t_{fini}$  est obtenue en résolvant l'inégalité 4.13. Nous obtenons alors :

$$|s(x, t)| - |s(x, 0)| < -\eta t \quad (4.14)$$

Donc la surface  $s(x) = 0$  est atteinte en un temps fini, tel que :

$$t_{fini} \leq \frac{s(x, t)}{\eta} \quad (4.15)$$

### 4.2.3 Robustesse des modes glissants

Pour étudier la robustesse des modes glissants vis-à-vis des perturbations, nous considérons le système perturbé suivant :

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u + p(k) \quad (4.16)$$

où  $p$  représente l'effet des incertitudes paramétriques sur le modèle ou des perturbations externes.

La robustesse du régime glissant vis-à-vis des perturbations est donnée par le théorème suivant, qui est la généralisation de la condition classique d'invariance vis-à-vis des perturbations externes, établi par Draznovic [Draznovic 1969] dans le cas des systèmes linéaires.

**Théorème 2** : *Le régime glissant sur  $s$  du système perturbé (4.16) est invariant vis-à-vis de  $p$ , si et seulement si le vecteur perturbation  $p$  vérifie la condition suivante :*

$$p \in Vectg(x) \quad (4.17)$$

avec  $Vectg$  l'espace engendré par la base  $g(x)$ .

La condition (4.17) est appelée condition de recouvrement ou "matching condition".

### 4.2.4 Phénomène de réticence

Malgré les différents avantages des modes de glissement, son utilisation a été entravée par un inconvénient majeur que nous appelons *réticence*, *broutement* ou encore "*chatte-ring*" (figure 4.1).

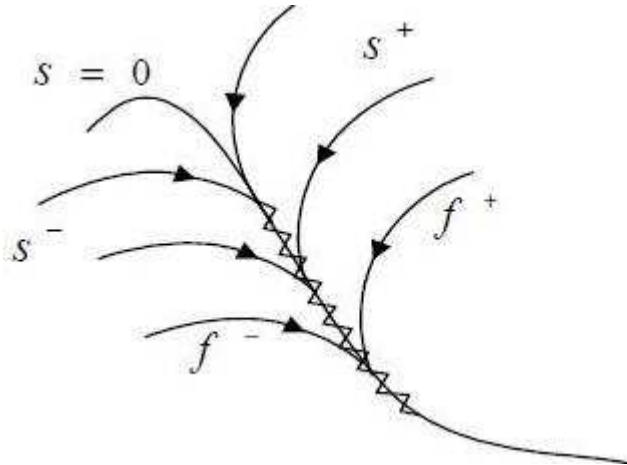
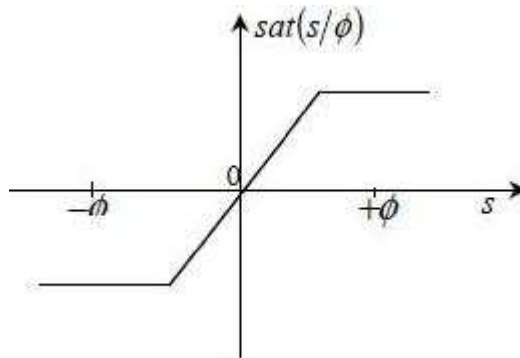


FIGURE 4.1 – Phénomène de réticence

Le phénomène de réticence est une conséquence naturelle du comportement dynamique réel du système à commander. Il est à l'origine des commutations persistantes de la commande, qui peuvent provoquer une détérioration anticipée de l'organe de commande, ou exciter des dynamiques hautes fréquences non considérées dans la modélisation du système. Ainsi, nous allons chercher, par différentes méthodes, à limiter ce phénomène. Une première approche consiste à remplacer la fonction signe par une fonction plus lisse, comme la fonction de saturation *sat* donnée par la figure 4.2. Une autre méthode serait de mieux choisir la surface de commutation.

FIGURE 4.2 – La fonction de saturation *sat*

#### 4.2.5 Modes glissants d'ordre supérieur

La technique des modes de glissement d'ordre supérieur est développée pour réduire ou éliminer le phénomène de réticence, tout en gardant les bonnes propriétés telles que la simplicité d'application, et aussi les bonnes performances, telles que sa robustesse vis-à-vis

des perturbations. Cette méthode a été beaucoup développée par Lavant [Levant 1993, Levant 1997, Levant 1998, Levant 1999, Levant 2003] et par Emelyanov [Emelyanov 1967, Emelyanov 1986a, Emelyanov 1986b, Emelyanov 1993].

Le principe de la commande par modes glissants d'ordre supérieur, ordre  $r$  par exemple, consiste à contraindre le système à évoluer sur une surface de glissement déterminée par :

$$\{s = \dot{s} = \dots = s^{r-1} = 0\} \quad (4.18)$$

$r$  étant l'ordre de la commande et  $s^i$  la  $i$ ème dérivée de la fonction  $s$  par rapport au temps.

Dans la littérature, il existe plusieurs algorithmes de commande par modes glissants d'ordre supérieur. Parmi ces algorithmes nous présentons, dans la suite, l'algorithme du *twisting* et l'algorithme du *super-twisting*.

#### 4.2.5.1 Algorithme du *twisting*

L'algorithme de *twisting* a été présenté dans [Emelyanov 1967, Levant 1993]. La convergence en temps fini vers l'origine du plan de phase  $(s, \dot{s})$  est obtenue à l'aide de la commutation de l'amplitude de la commande entre deux valeurs, de manière que l'abscisse et l'ordonnée soient croisées de plus en plus près de l'origine.

Pour un système de degré relatif un, la variable  $u$  est considérée comme une variable d'état, alors que sa dérivée  $\dot{u}$  est la nouvelle commande. En effet, considérons le système à commander, décrit comme suit :

$$\dot{x} = f(t, x, u) \quad (4.19)$$

où  $f(t, x, u)$  est un vecteur de fonctions suffisamment dérivable.

L'algorithme du *twisting* est défini alors de la manière suivante :

**Définition** : Soit le système (4.19) et la surface de contrainte  $s = 0$  ; l'algorithme de commande est donné par :

$$\dot{u} = \begin{cases} -u & \text{si } |u| > U_{max} \\ -\lambda_m \text{sign}(s) & \text{si } s\dot{s} > 0 \text{ et } |u| \leq U_{max} \\ -\lambda_M \text{sign}(s) & \text{si } s\dot{s} \leq 0 \text{ et } |u| \leq U_{max} \end{cases} \quad (4.20)$$

où les paramètres  $\lambda_m$  et  $\lambda_M$  vérifient les inégalités suivantes :

$$\lambda_M > \lambda_m > 0 \quad (4.21)$$

$$\lambda_m > \frac{4G_2}{s_0} \quad (4.22)$$

$$\lambda_m > \frac{H}{G_1} \quad (4.23)$$

$$\lambda_M > \frac{G_2\lambda_m}{G_1} + \frac{2H}{G_1} \quad (4.24)$$

La figure 4.3 montre le plan de phase où la loi de commande est caractérisée par un mouvement de spirale autour de l'origine. La convergence vers l'origine est assurée après un nombre infini de tours. L'amplitude de ces mouvements est décroissante.

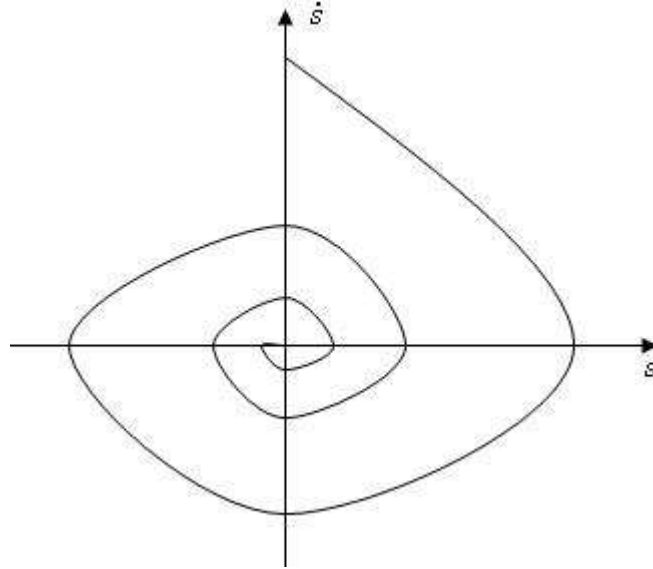


FIGURE 4.3 – Plan de phase de l'algorithme du *twisting*

#### 4.2.5.2 Algorithme du *super-twisting*

L'algorithme de *super-twisting* a été développé par Levant [Levant 1997] pour commander les systèmes d'ordre relatif un, tout en éliminant le phénomène de réticence. Dans ce cas, la trajectoire de la commande dans le plan de phase est caractérisée par une convergence rapide vers l'origine (figure 4.4). La loi de commande  $u$  est constituée ici de deux termes :

$$u(t) = u_1(t) + u_2(t) \quad (4.25)$$

$$\dot{u}_1(t) = \begin{cases} -u & \text{si } |u| > 1 \\ -W \operatorname{sign}(s) & \text{si } |u| \leq 1 \end{cases} \quad (4.26)$$

$$u_2(t) = \begin{cases} -\lambda |s_0|^p & \text{si } |s| > s_0 \\ -\lambda |s|^p & \text{si } |s| \leq s_0 \end{cases} \quad (4.27)$$

Les conditions suffisantes de convergence en temps fini sont les suivantes : [Levant 1997]

$$\begin{aligned} W &> \frac{C_0}{K_m} \\ \lambda^2 &\geq \frac{4C_0}{K_m} \frac{K_M(W + C_0)}{K_m(W - C_0)} \\ 0 < \rho &\leq 0.5 \end{aligned} \quad (4.28)$$

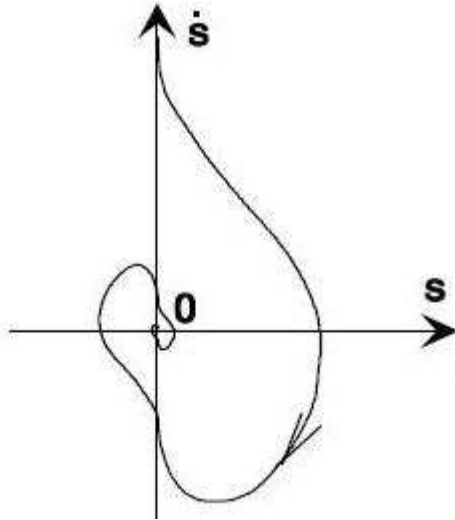


FIGURE 4.4 – Plan de phase de l’algorithme du *super-twisting*

## 4.3 Observateur par modes glissants

### 4.3.1 Définition d’un observateur

Un observateur est un système dynamique qui permet de reconstituer ou d’estimer en temps réel l’état courant d’un système réel à partir des mesures disponibles, des entrées du système réel et une connaissance a priori du modèle. Il permet alors de suivre l’évolution

de l'état du système en temps réel. L'observateur nous permet aussi d'estimer d'autres paramètres liés au comportement du véhicule, tels que les forces de contact pneu/sol ou la détection et l'isolation des défauts ou des pannes.

Pour le système  $(S)$ , un observateur se présente comme un système dynamique auxiliaire, qui se traduit généralement comme une copie du système à observer, plus un terme correcteur  $g(x, \hat{x})$ , pour ajuster l'état estimé :

$$(O) : \begin{cases} \dot{\hat{x}} = f(\hat{x}, u) + g(x, \hat{x}) \\ \hat{y} = h(\hat{x}) \end{cases} \quad (4.29)$$

Où  $\hat{x}$  et  $\hat{y}$  sont respectivement les estimations de  $x$  et  $y$ .

Le schéma de principe d'un observateur est montré sur la figure 4.5, où  $y$  représente le vecteur des valeurs mesurées par les capteurs,  $u$  est l'entrée de commande et  $\hat{y}$  est le vecteur des valeurs estimées.

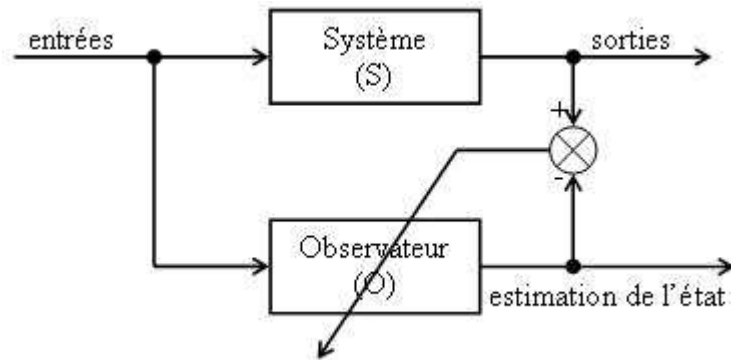


FIGURE 4.5 – Schéma de principe d'un observateur

### 4.3.2 Observabilité des systèmes non-linéaires

Avant de présenter les observateurs non-linéaires, il est indispensable d'étudier l'observabilité du système. Depuis les années soixante dix, la théorie de l'observabilité des systèmes non-linéaires est en cours de construction.

D'une façon générale, les processus réels présentent des non-linéarités incontournables. Ainsi, dans certains cas, les méthodes linéaires ne sont parfois plus adaptées. Dans ce sens, plusieurs recherches ont été consacrées à l'étude de l'observabilité de systèmes non-linéaires telles que [Griffith 1971, Kou 1975, Hermann 1997, Boutat ].

Pour l'étude de l'observabilité d'un système non-linéaire, nous pouvons utiliser les dérivées de Lie [Diop 1991]. Le système est localement observable si la condition de rang



d'observabilité est vérifiée, c'est-à-dire que la matrice d'observabilité ( $O$ ) définie ci-dessous est de rang  $n$  :

$$O = \begin{bmatrix} dh(x) \\ dL_f h(x) \\ \vdots \\ dL_f^{n-1} h(x) \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

avec :

$$\begin{cases} dh = \left( \frac{\partial h}{\partial x_1}, \frac{\partial h}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial h}{\partial x_n} \right) \\ L_f h(x) = \frac{\partial h}{\partial x} f(x) \end{cases} \quad (4.31)$$

La condition d'observabilité est la suivante [Hermann 1977] :

$$\text{rang } (O) = n \quad (4.32)$$

### 4.3.3 Mise en forme du modèle

Dans le chapitre (3), nous avons vu que la dynamique du véhicule est décrite par l'équation différentielle ci-dessous :

$$\ddot{q} = M^{-1}(q)(\Gamma_a + \Gamma_e - C(q, \dot{q})\dot{q} - V(q, \dot{q}) - \eta_0(t, q, \dot{q})) \quad (4.33)$$

Pour pouvoir estimer l'état global du système, il est intéressant d'écrire le modèle (4.33) sous une forme canonique, en choisissant l'état  $x$  de la manière suivante :

$$x = (x_1, x_2)^T = (q, \dot{q})^T \quad (4.34)$$

Donc l'équation (4.33) devient :

$$\dot{x}_2 = -M^{-1}(x_1)[C(x_1, x_2)x_2 + V(x_1, x_2)] + M^{-1}(x_1)(\Gamma_e + \Gamma_a) - M^{-1}(x_1)\eta_0(t, x_1, x_2) \quad (4.35)$$

$$\text{où} \quad \Gamma_e = J^T(x_1)F \quad (4.36)$$

En prenant les fonctions  $f(\cdot)$ ,  $\eta(\cdot)$  et  $U(\cdot)$  comme suit :

$$f(x_1, x_2) = -M^{-1}(x_1)[C(x_1, x_2)x_2 + V(x_1, x_2)] \quad (4.37)$$

$$\eta(t, x_1, x_2) = M^{-1}(x_1)\eta_0(t, x_1, x_2) \quad (4.38)$$

$$U(x_1) = M^{-1}(x_1)\Gamma_a \quad (4.39)$$

nous obtenons alors la forme du modèle complet de véhicule :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x_1, x_2) + M^{-1}(x_1)(J^T(x_1)x_3) + U(x_1) - \eta(t, x_1, x_2) \\ x_3 = F \\ y = h(x_1) \end{cases} \quad (4.40)$$

**Remarque 2** *Le modèle du véhicule proposé admet trois propriétés :*

- la matrice  $M(x_1)$  est symétrique définie positive (passivité) ;
- la différence  $M(x_1) - 2C(x_1, x_2)$  est antisymétrique ;
- $C(x_1, \hat{x}_2) = C(x_1, x_2)$ ,  $V(x_1, \hat{x}_2) = V(x_1, x_2)$ , où  $\hat{x}_2$  désigne l'estimation de  $x_2$ .

#### 4.3.4 Observateur par modes glissants d'ordre un

Pour estimer l'état global du véhicule en utilisant des observateurs à modes glissants, nous devons être muni d'informations importantes sur les mesures. Donc le vecteur des sorties composé des mesures issues des capteurs doit être bien choisi. Nous pouvons définir les hypothèses suivantes :

- Nous supposons que le vecteur des positions est entièrement mesurable :  $y = x_1$

$$x_1 = [x, y, z, \theta, \phi, \psi, z_1, z_2, z_3, z_4, \delta_1, \delta_2, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4] \quad (4.41)$$

- Pour des situations de conduite en ligne droite à vitesse quasi-constante, comme par exemple sur une autoroute, nous supposons que les forces de contact pneu/chaussée  $F$  sont constantes, et par suite  $\dot{F} \simeq 0$  (le véhicule roule sur une route pas déformée et sans bosses).

Le modèle dynamique de véhicule décrit par (4.40) peut être écrit sous la forme d'état suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x_1, x_2) + M^{-1}(x_1)(J^T(x_1)x_3) + U(x_1) - \eta(t, x_1, x_2) \\ x_3 = F \\ y = x_1 \end{cases} \quad (4.42)$$

Nous pouvons alors définir les équations de l'observateur global à modes glissants d'ordre 1 comme suit :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = \hat{x}_2 - \Lambda_1 \text{sign}(\hat{x}_1 - x_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 = f(x_1, \hat{x}_2) + M^{-1}(x_1)(J^T(x_1)\hat{x}_3) + U(x_1) - \Lambda_2 \text{sign}(\hat{x}_1 - x_1) \\ \dot{\hat{x}}_3 = -P\Lambda_3 \text{sign}(\hat{x}_1 - x_1) \end{cases} \quad (4.43)$$

avec

- \*  $\hat{x}_1$ ,  $\hat{x}_2$  et  $\hat{x}_3$  sont respectivement l'estimation des vecteurs  $x_1$ ,  $x_2$  et  $x_3$  ;
- \*  $\Lambda_1$ ,  $\Lambda_2$  et  $\Lambda_3$  sont des matrices de gains diagonales définies positives. Ces différentes matrices seront déterminées lors de l'étude de la stabilité de l'erreur d'observation ;
- \*  $f(x_1, \hat{x}_2) = -M^{-1}(x_1)[C(x_1, \hat{x}_2)\hat{x}_2 + V(x_1, \hat{x}_2)]$
- \*  $P \in \mathbb{R}^{12 \times 16}$  est une matrice définie positive ;

Le vecteur de mesure permet d'obtenir grâce à l'observateur une première estimation de l'état complet du système  $(\hat{x}_1, \hat{x}_2)$ . Celle-ci est utilisée pour calculer les forces de contact roue/sol  $\hat{x}_3$  à partir des modèles expérimentaux. Les forces estimées sont réinjectées dans l'observateur d'état, comme le montre la figure 4.6.

Afin d'assurer la stabilité de l'observateur, nous devons trouver les matrices de gain  $\Lambda_1$ ,  $\Lambda_2$  et  $\Lambda_3$ . Nous procédons alors étape par étape, en commençant par montrer la convergence de l'erreur en position ( $\tilde{x}_1 = 0$ ), puis celle de l'erreur en vitesse ( $\tilde{x}_2 = 0$ ). On

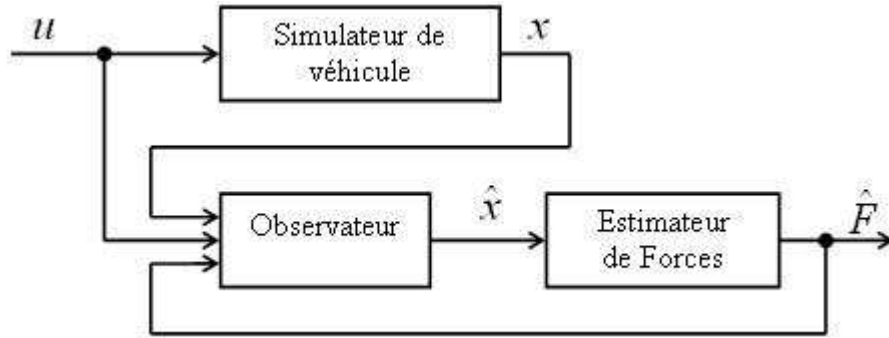


FIGURE 4.6 – Structure de l'observateur

doit alors montrer que la surface ( $\tilde{x}_1 = 0$ ) est attractive, ensuite nous montrons que  $\tilde{x}_2$  tend vers 0, pour finalement déduire que l'erreur d'estimation des entrées inconnues  $\tilde{x}_3$  converge vers 0.

Soient les variables  $\tilde{x}_1$ ,  $\tilde{x}_2$  et  $\tilde{x}_3$  définies comme suit :

$$\begin{cases} \tilde{x}_1 = \hat{x}_1 - x_1 \\ \tilde{x}_2 = \hat{x}_2 - x_2 \\ \tilde{x}_3 = \hat{x}_3 - x_3 \end{cases} \quad (4.44)$$

L'observateur global peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_1 = \tilde{x}_2 - \Lambda_1 \text{sign}(\tilde{x}_1) \\ \dot{\tilde{x}}_2 = \Phi(x_1, x_2, \hat{x}_2) + M^{-1}(x_1)J^T(x_1)\tilde{x}_3 - \Lambda_2 \text{sign}(\tilde{x}_1) \\ \dot{\tilde{x}}_3 = -P\Lambda_3 \text{sign}(\tilde{x}_1) \end{cases} \quad (4.45)$$

avec  $\Phi(x_1, x_2, \hat{x}_2) = f(x_1, \hat{x}_2) - f(x_1, x_2) + \eta(t, x_1, x_2)$

### Étude de la convergence de $x_1$ :

Soit la fonction de Lyapunov  $V_1(x_1)$  choisie comme suit :

$$V_1(x_1) = \frac{1}{2} \tilde{x}_1^T \tilde{x}_1 \quad (4.46)$$

Le dérivée de cette fonction nous donne :

$$\dot{V}_1(x_1, \dot{x}_1) = \tilde{x}_1^T \dot{\tilde{x}}_1 \quad (4.47)$$

D'après la première équation du système (4.45), on obtient :

$$\dot{V}_1(x_1, \dot{x}_1) = \tilde{x}_1^T (\tilde{x}_2 - \Lambda_1 \text{sign}(\tilde{x}_1)) \quad (4.48)$$

Si l'on choisit les gains de la matrice diagonale  $\Lambda_1 = \text{diag}(\lambda_{1i})$ , tels que  $\lambda_{1i} > |\tilde{x}_{2i}|$  pour  $i = 1, \dots, 16$ , on montre que  $\dot{V}_1(x_1, \dot{x}_1) < 0$ , ainsi  $\hat{x}_1$  converge en moyenne vers  $x_1$  en un temps fini  $t_0$  ; on aura alors en moyenne  $\tilde{x}_1 = 0 \forall t > t_0$ . Ce qui implique, à partir du système d'équations (4.45), que nous obtenons en moyenne :

$$\text{sign}_{eq}(\tilde{x}_1) = \Lambda_1^{-1} \tilde{x}_2 \quad (4.49)$$

où  $\text{sign}_{eq}$  est l'équivalent en moyenne de la fonction  $\text{sign}$  sur la surface de glissement. Les équations du système (4.45) peuvent s'écrire alors comme suit :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_1 = \tilde{x}_2 - \Lambda_1 \text{sign}_{eq}(\tilde{x}_1) \longrightarrow 0 \\ \dot{\tilde{x}}_2 = \Phi(x_1, x_2, \hat{x}_2) + M^{-1}(x_1) J^T(x_1) \tilde{x}_3 - \Lambda_2 \Lambda_1^{-1} \tilde{x}_2 \\ \dot{\tilde{x}}_3 = -P \Lambda_3 \Lambda_1^{-1} \tilde{x}_2 \end{cases} \quad (4.50)$$

ou encore :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_1 = \tilde{x}_2 - \Lambda_1 \text{sign}_{eq}(\tilde{x}_1) \longrightarrow 0 \\ \dot{\tilde{x}}_2 = -M^{-1}(x_1) C(x_1, x_2) \tilde{x}_2 + \eta(t, x_1, x_2) + M^{-1}(x_1) J^T(x_1) \tilde{x}_3 - \Lambda_2 \Lambda_1^{-1} \tilde{x}_2 \\ \dot{\tilde{x}}_3 = -P \Lambda_3 \Lambda_1^{-1} \tilde{x}_2 \end{cases} \quad (4.51)$$

### Étude de la convergence de $x_2$ et de $x_3$ :

Pour étudier la convergence de  $x_2$  et de  $x_3$ , nous considérons une deuxième fonction de Lyapunov  $V_2(x_2, x_3)$  :

$$V_2(x_2, x_3) = \frac{1}{2} \tilde{x}_2^T \tilde{x}_2 + \frac{1}{2} \tilde{x}_3^T P^{-1} \tilde{x}_3 \quad (4.52)$$

En dérivant cette fonction et en remplaçant  $\dot{\tilde{x}}_2$  et  $\dot{\tilde{x}}_3$  par leurs expressions, données par (4.51), nous trouvons  $\dot{V}_2$  comme suit :

$$\dot{V}_2 = \tilde{x}_2^T [-M^{-1}(x_1) C(x_1, x_2) - \Lambda_2 \Lambda_1^{-1}] \tilde{x}_2 + \tilde{x}_2^T M^{-1}(x_1) J^T(x_1) \tilde{x}_3 - \tilde{x}_3^T \Lambda_3 \Lambda_1^{-1} \tilde{x}_2 + \eta \quad (4.53)$$

Si  $\Lambda_3 = M^{-1}(x_1)J^T(x_1)\Lambda_1$  et  $\Lambda_2 > -M^{-1}(x_1)C(x_1, x_2)\Lambda_1$ , nous trouvons que  $\dot{V}_2$  est strictement négative et décroissante. Donc la surface  $\dot{\tilde{x}}_2 = 0$  est attractive, ce qui signifie que  $\hat{x}_2$  converge asymptotiquement vers  $x_2$ . Et, d'après les équations du système (4.51), nous déduisons que les erreurs d'estimation de la dérivée de l'état du véhicule et de la force de contact pneu/chaussée ( $\dot{\tilde{x}}_2$  et  $\dot{\tilde{x}}_3$ ) tendent vers 0. Ceci conduit à dire que les erreurs d'estimation  $\tilde{x}_2$  et  $\tilde{x}_3$  sont bornées.

Dans le paragraphe suivant, nous donnons des résultats de simulation, afin de tester la performance de la méthode d'estimation développée. Dans sa structure classique, nous pouvons écrire l'observateur par mode de glissement d'ordre 1 pour le système non-linéaire ( $S$ ) sous la forme suivante :

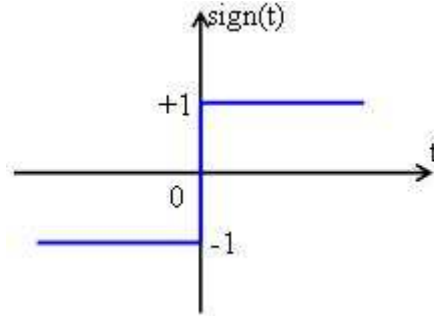
$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = f(\hat{x}, u) - \Lambda \text{sign}(\hat{y} - y) \\ \hat{y} = h(\hat{x}) \end{cases} \quad (4.54)$$

où  $f$  est une fonction suffisamment différentiable et  $\Lambda$  est une matrice de gain définie comme suit :

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_p \end{bmatrix} \quad (4.55)$$

la fonction *sign* étant la fonction *signe* usuelle (voir figure 4.7) :

$$\text{sign}(\hat{y} - y) = \begin{bmatrix} \text{sign}(\hat{y}_1 - y_1) \\ \text{sign}(\hat{y}_2 - y_2) \\ \vdots \\ \text{sign}(\hat{y}_p - y_p) \end{bmatrix} \quad (4.56)$$

FIGURE 4.7 – Graphe de la fonction  $\text{sign}(\cdot)$ 

L'étude de la convergence pour de tels observateurs est basée sur l'utilisation des fonctions de Lyapunov [Slotine 1986].

#### 4.3.5 Observateur triangulaires par modes glissants

Les observateurs triangulaires par modes glissants ont été développés pour des systèmes qui peuvent se mettre sous la forme triangulaire suivante : [Barbot 1996, Boukhobza 1997]

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} \\ \dot{x}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 + g_1(x_1, u) \\ x_3 + g_2(x_1, x_2, u) \\ \vdots \\ x_{n-1} + g_{n-1}(x_1, \dots, x_{n-1}, u) \\ f_n(x) + g_n(x, u) \end{pmatrix} \quad (4.57)$$

Où  $y = x_1$ ,  $f_n$  et  $g_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) sont des fonctions analytiques.

Sous cette forme, dans chaque équation d'état, le terme non-linéaire est exprimé en fonction seulement de l'entrée et des états  $x_1 \dots x_i$ .

L'observateur proposé pour le système (4.57) est de la forme suivante [Boukhobza 1997] :

$$\begin{pmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \vdots \\ \hat{x}_{n-1} \\ \hat{x}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{x}_2 + g_1(x_1, u) - \Lambda_1 \text{sign}(\hat{x}_1 - x_1) \\ \hat{x}_3 + g_2(x_1, \bar{x}_2, \bar{x}_2, u) - \Lambda_2 \text{sign}(\hat{x}_2 - \bar{x}_2) \\ \vdots \\ \hat{x}_{n-1} + g_{n-1}(x_1, \dots, \bar{x}_{n-1}, u) - \Lambda_{n-1} \text{sign}(\hat{x}_{n-1} - \bar{x}_{n-1}) \\ f_n(\hat{x}) + g_n(\hat{x}, u) - \Lambda_n \text{sign}(\hat{x}_n - \bar{x}_n) \end{pmatrix} \quad (4.58)$$

où  $\bar{x}_i$  est définie par :

$$\bar{x}_i = \hat{x}_i - \Lambda_{i-1} \text{sign}_{\text{moy}}(\bar{x}_{i-1} - \hat{x}_{i-1}) \quad \text{pour } i = 2, \dots, n \quad (4.59)$$

La fonction  $\text{sign}_{\text{moy}}(.)$  désigne la valeur moyenne de la fonction  $\text{sign}(.)$ . Elle peut être aussi considérée comme le filtrage des variations de la fonction  $\text{sign}(.)$  par un filtre passe-bas, dont le but en pratique est d'affaiblir le phénomène de réticence.

L'étude de stabilité et de convergence de l'erreur d'observation vers zéro en un temps fini est basée sur une procédure par étapes, en utilisant la technique de Lyapunov. Cette procédure est caractérisée par la convergence d'une partie de l'erreur d'observation vers zéro, à chaque étape.

### 4.3.6 Résultats de simulation

Dans cette partie, nous testons la performance de notre approche utilisant des observateurs par modes glissants d'ordre 1 pour l'observation de l'état global du système et l'estimation des forces de contact pneu/chaussée. Pour fournir les données de simulations, nous utilisons le simulateur de véhicule (*SIMK106*) présenté précédemment.

La figure 4.8-a nous donne l'angle de direction utilisé pendant la simulation. La vitesse de roulement de voiture est présentée par la figure 4.8-b. La première remarque que nous pouvons faire ici est que, pendant toute la simulation, le véhicule était en phase d'accélération (pas de freinage) : la courbe de vitesse est toujours croissante.

La deuxième remarque est que, lors d'une accélération sans freinage, les résultats de simulation montrent un bon comportement de l'observateur. En effet les figures 4.9-a, 4.9-b, 4.9-c, 4.9-d, 4.9-e et 4.9-f représentent respectivement la valeur réelle et observée des déplacements longitudinal, latéral et vertical, des angles de roulis, de tangage et de lacet. Ces figures nous montrent, d'une part, une convergence rapide de la valeur observée vers celle réelle : le temps de convergence est moins de 1 seconde.



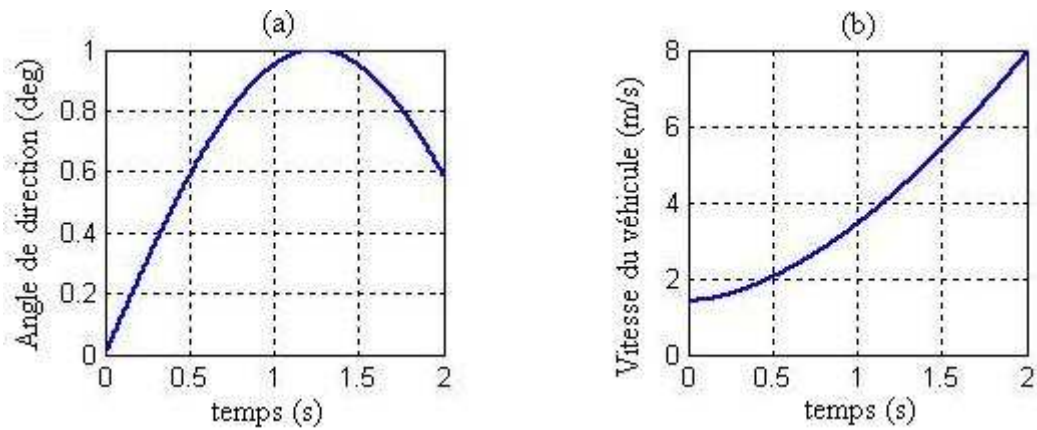


FIGURE 4.8 – Angle de direction et vitesse du véhicule

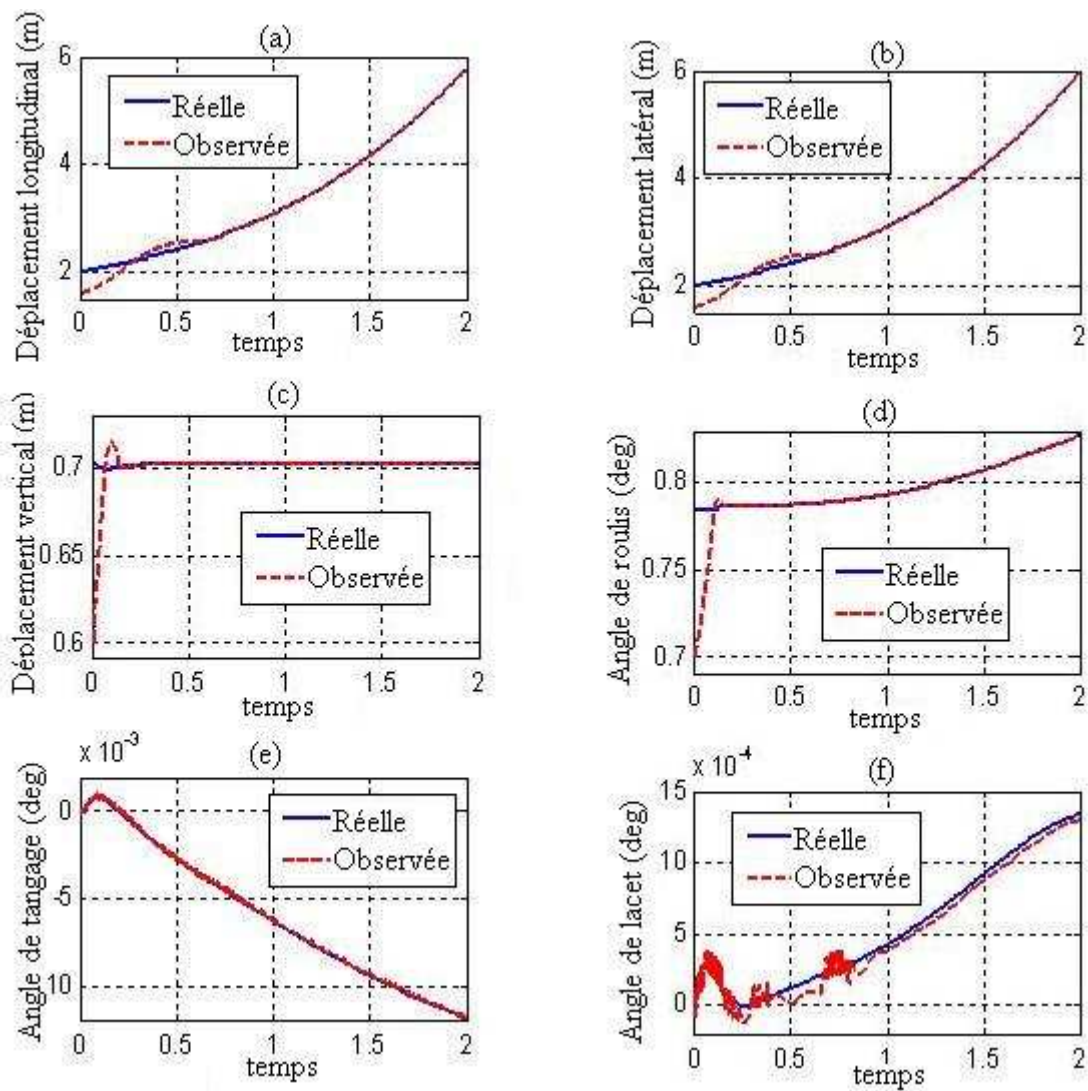


FIGURE 4.9 – Mouvements de translation et de rotation du véhicule

D'autre part, les deux courbes, observé et réel, se collent bien après la convergence pour les positions longitudinale, latérale et verticale et les angles de roulis et tangage. Par contre, pour l'angle de lacet nous remarquons l'apparition de phénomène de *réticence* au début de la simulation jusqu'à  $t \simeq 1(s)$ . A partir de cet instant, la courbe observée suit celle réelle avec une erreur de moins que 10%.

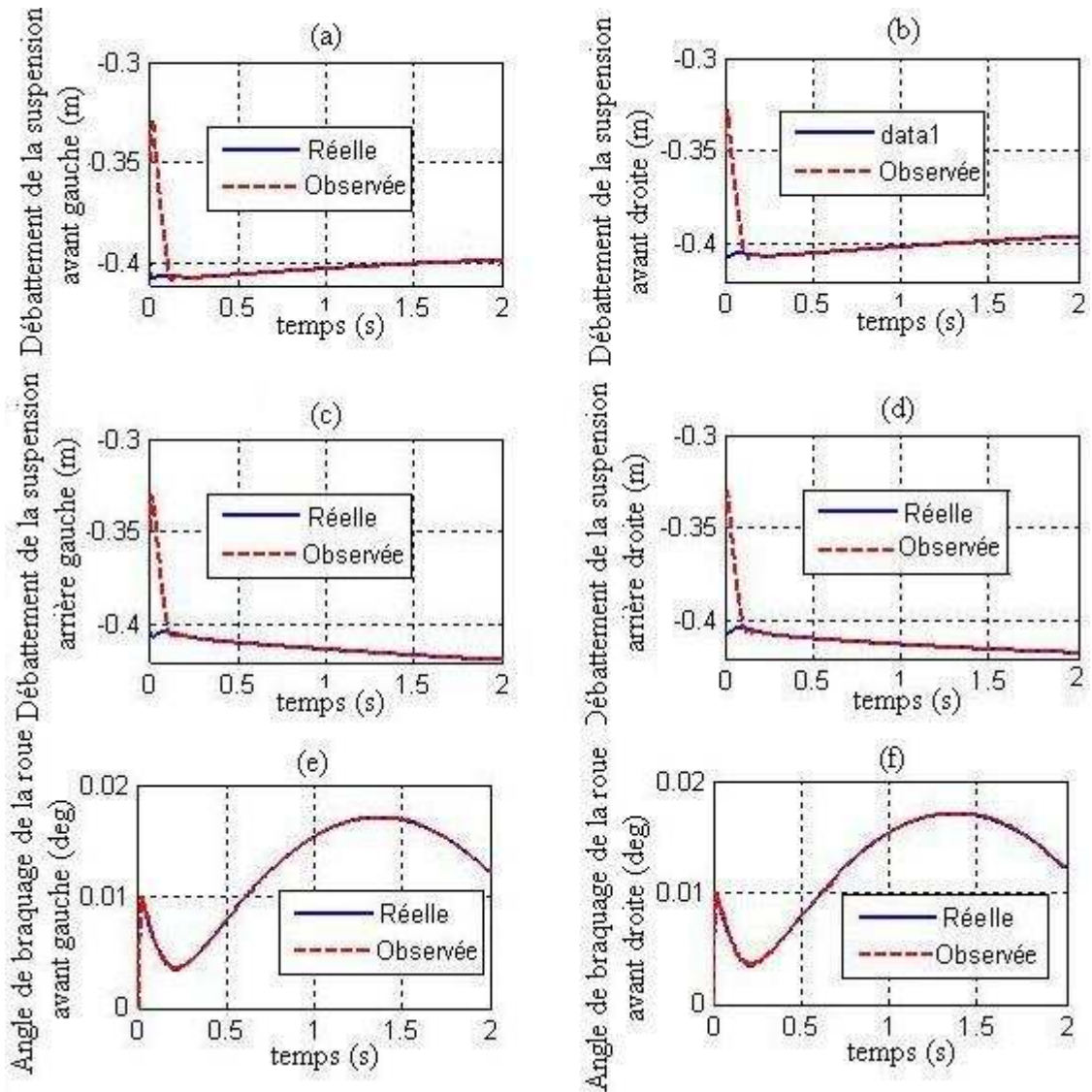


FIGURE 4.10 – Débattements des suspensions et angles de braquage

Les figures 4.10-a, 4.10-b, 4.10-c, 4.10-d, 4.10-e et 4.10-f donnent respectivement les débattements de la suspension avant gauche, avant droite, arrière gauche et arrière droite, les angles de braquage de la roue avant gauche et avant droite. D'après ces différents figures, nous remarquons, bien que les conditions initiales ne soient pas les mêmes, une

convergence rapide des valeurs observées vers les valeurs réelles. Le temps de convergence, pour les débattements des suspensions, est à peu près égale à  $0.1(s)$ . A partir de cet instant, nous voyons bien que les deux courbes, celle observée et réelle, se collent.

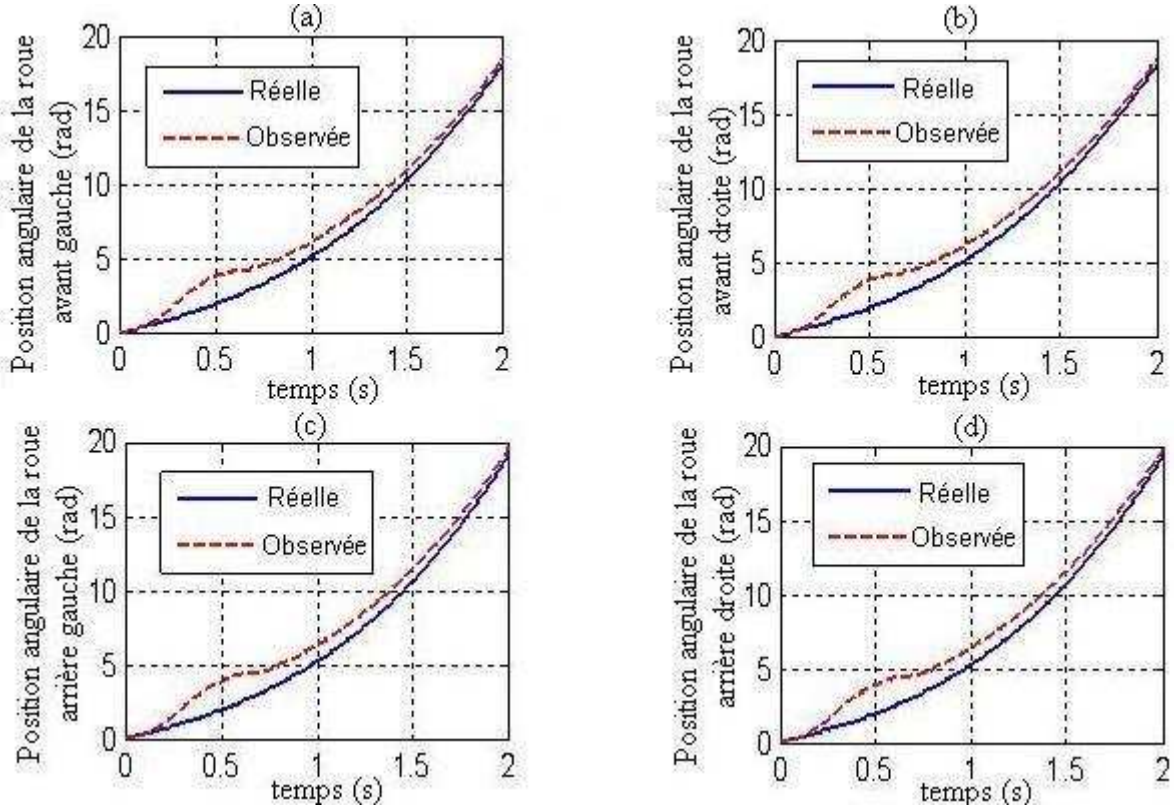


FIGURE 4.11 – Positions angulaire des roues

Les positions angulaires réelles et observées des roues avant gauche, avant droite, arrière gauche et arrière droite sont données respectivement par les figures 4.11-a, 4.11-b, 4.11-c et 4.11-d. Ces courbes montrent une bonne convergence des valeurs observées vers les valeurs réelles. Malgré qu'il existe un léger écart sur les positions angulaires observées des quatre roues à  $t = 0.5(s)$ , nous remarquons qu'à partir de cet instant la courbe observée suit l'allure de celle réelle. Le temps de convergence de notre observateur à modes glissants d'ordre un, dans cette simulation, est à peu près égale à  $2(s)$ .

Les figures 4.12-a, 4.12-b, 4.12-c, 4.12-d, 4.12-e et 4.12-f nous donnent les estimations respectivement des vitesses longitudinale, latérale et verticale, des vitesses de rotation selon l'axe longitudinal, latéral et vertical. Nous remarquons l'apparition du phénomène de réticence au début de simulation qui disparaître rapidement pour donner une bonne convergence des valeurs estimées vers celles réelles.

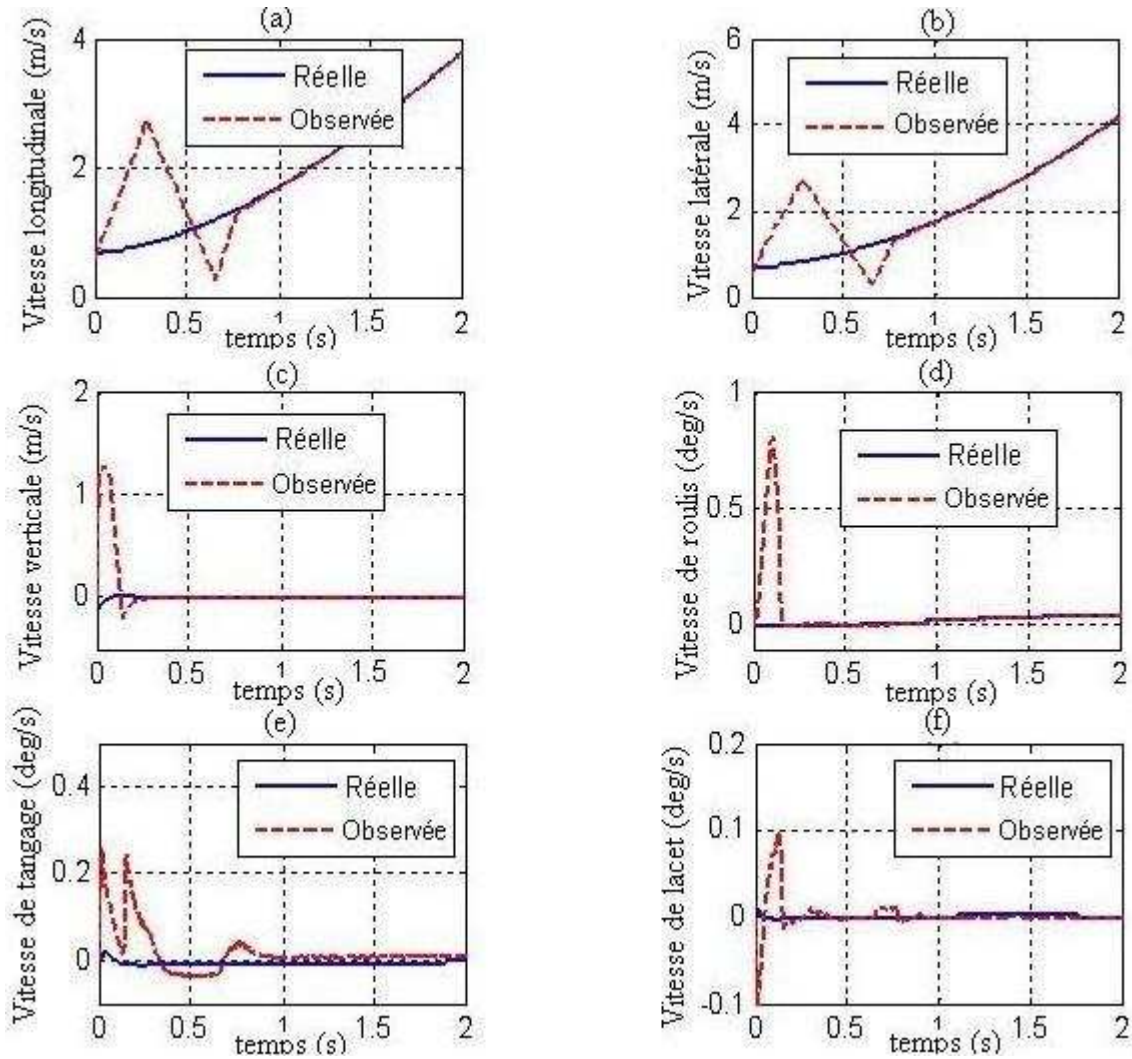


FIGURE 4.12 – Vitesses de translation et de rotation du véhicule

#### 4.4 Observateurs partiels d'état

Dans la dynamique du véhicule, afin d'étudier un phénomène particulier, il est utile de s'intéresser à certaines variables d'état. Ainsi, dans le cas de l'étude du freinage, seules les forces de contact roue/sol et les états concernant les roues sont intéressants ; de même, dans le cas de l'étude du confort des passagers, seuls les états correspondant à l'orientation et au positionnement de la caisse sont intéressants. A ce propos, une observation partielle du système peut être suffisante, d'où l'idée de concevoir des observateurs partiels. Pour cela, nous allons utiliser la décomposition du modèle dynamique de véhicule présentée au chapitre 4. Dans ce cadre, nous nous intéressons à l'observateur à mode de glissements triangulaires EBEB (Entrée Bornée et État Borné) [Barbot 1996]. La figure 4.13 représente le schémas de principe de notre observateur.



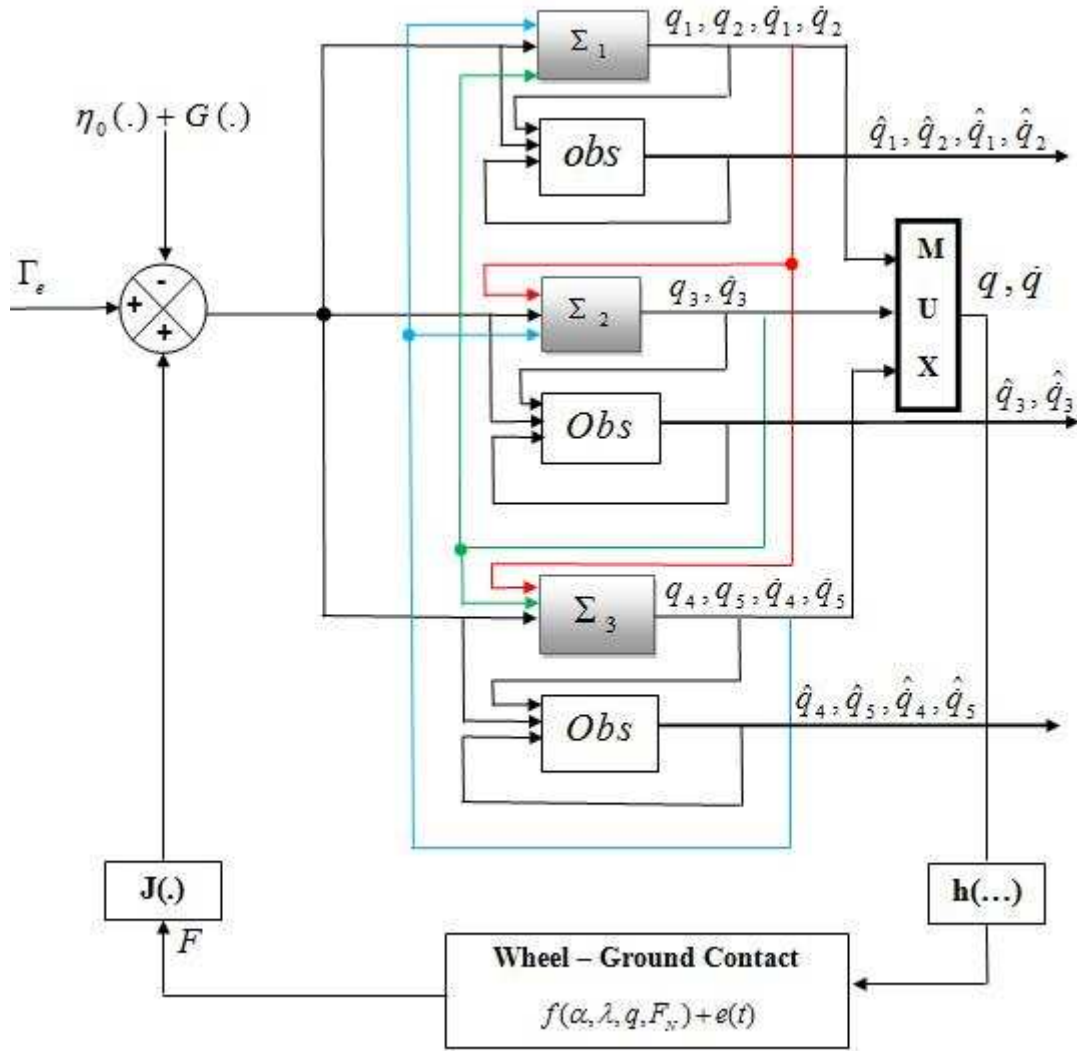


FIGURE 4.13 – Observateurs Partiels en Cascade

#### 4.4.1 Observateur à mode de glissement d'ordre 1

##### 4.4.1.1 Modèle générique pour les sous-systèmes

Dans cette section, nous appliquons les observateurs développés dans la partie précédente pour estimer l'état partiel du véhicule. A cet effet, nous utilisons les trois sous-systèmes  $\Sigma_1$ ,  $\Sigma_2$  et  $\Sigma_3$  qui ont été présentés dans le chapitre 3. Le modèle générique, pour ces trois sous-systèmes, est sous la forme suivante (pour  $i = 1, 2, 3$ ) :

$$\Sigma_i : \begin{cases} \dot{x}_{i1} = x_{i2} \\ \dot{x}_{i2} = f_i(t, x_{i2}) + \xi_i(t, F) + \varepsilon_i(t) \\ y_i = h(x_{i1}, x_{i2}) \end{cases} \quad (4.60)$$

#### 4.4.1.2 Observateur d'ordre 1

Dans ce paragraphe, nous développons trois observateurs en cascade d'ordre 1 pour reconstruire les vecteurs d'état partiel  $\hat{q}_i$ , (pour  $i = 1, \dots, 5$ ). La figure 4.13 représente ces trois observateurs.

En supposant que le vecteur  $x_{i1}$  soit mesurable, la forme de l'observateur d'état peut être écrite de la façon suivante [M'sirdi 2008, Jaballah 2009b] :

$$O(\Sigma_i) : \begin{cases} \hat{\dot{x}}_{i1} = \hat{x}_{i2} - \Lambda_{i1} \text{sign}(\hat{x}_{i1} - x_{i1}) \\ \hat{\dot{x}}_{i2} = f_i(t, \hat{x}_{i2}) + \xi_i(t, \hat{F}) - \Lambda_{i2} \text{sign}(\hat{x}_{i1} - x_{i1}) \\ \hat{\dot{F}} = -P_i \Lambda_{i3} \text{sign}(\hat{x}_{i1} - x_{i1}) \end{cases} \quad (4.61)$$

$\Lambda_{i1}$ ,  $\Lambda_{i2}$  et  $\Lambda_{i3}$  sont les gains de l'observateur, ils seront déterminés lors de l'étude de la stabilité et de la convergence de l'erreur d'observation.

#### 4.4.2 Observateur à mode de glissement d'ordre 2

Nous utilisons ici l'algorithme proposé par Levant [Levant 2003] pour générer des modes glissants d'ordre quelconque. Dans notre cas, l'ordre de l'observateur est pris égal à 2 [Jaballah 2011b, Jaballah 2010] :

$$O(\Sigma_i) : \begin{cases} \hat{\dot{x}}_{i1} = \hat{x}_{i2} + z_{i1} \\ \hat{\dot{x}}_{i2} = f_i(t, \hat{x}_{i2}) + z_{i2} \end{cases} \quad (4.62)$$

où  $\hat{x}_{i1}$  et  $\hat{x}_{i2}$  sont respectivement l'estimation de  $x_{i1}$  et  $x_{i1}$ .

$z_{i1}$  et  $z_{i2}$  sont calculés par l'algorithme de *super-twisting* comme suit [Levant 2003] :

$$\begin{cases} z_{i1} = -\alpha_i |\hat{x}_{i1} - x_{i1}|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(\hat{x}_{i1} - x_{i1}) \\ z_{i2} = -\beta_i \text{sign}(\hat{x}_{i1} - x_{i1}) \end{cases} \quad (4.63)$$

## 4.5 Les observateurs algébriques ALIEN<sup>2</sup>

### 4.5.1 Présentation de l'approche

Nous présentons ici une nouvelle approche pour l'estimation des vitesses au centre de gravité d'un véhicule [Fliess 2008, Villagra 2008]. Cette approche est basée sur des techniques d'estimation algébriques et des outils mathématiques pour le diagnostic.

Nous utilisons alors la loi de composition des mouvements suivante [M'sirdi 2011b] :

$$\begin{cases} \gamma_x(t) = \dot{V}_x(t) + \dot{\psi}(t)V_y(t) \\ \gamma_y(t) = \dot{V}_y(t) - \dot{\psi}(t)V_x(t) \end{cases} \quad (4.64)$$

où  $V_x$ ,  $V_y$ ,  $\psi$ ,  $\gamma_x$  et  $\gamma_y$  sont respectivement la vitesse longitudinale, la vitesse latérale, l'angle de lacet (rotation autour de l'axe vertical  $Z$ ), l'accélération longitudinale et l'accélération latérale.

Les vitesses longitudinale et latérale ( $V_x, V_y$ ) ne peuvent être simultanément estimées à partir des équations du système 4.64 que si l'on connaît leurs valeurs initiales ( $V_{xt0}, V_{yt0}$ ) à l'instant  $t_0$ .

En exploitant les outils de base du diagnostic ([Fliess 2008]), nous pouvons écrire les vitesses ( $V_x, V_y$ ) sous la forme suivante :

$$\begin{cases} V_x(t) = R_x(t) + G_x(t) \\ V_y(t) = R_y(t) + G_y(t) \end{cases} \quad (4.65)$$

où ( $R_x, R_y$ ) et ( $G_x, G_y$ ) sont respectivement le terme "idéal" et le terme perturbateur.

-  $R_x = r \omega_t$  :

-  $r$  est le rayon statique de la roue,

-  $\omega_t = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 \omega_i$  est la vitesse de rotation moyenne des quatre roues,

-  $R_y = -L_1 \dot{\psi}$  :

-  $L_1$  est l'empattement avant du véhicule,

-  $\dot{\psi}$  est la vitesse de l'angle lacet.

Les deux systèmes (4.64) et (4.65) nous donnent les expressions suivantes de ( $\dot{R}_x, \dot{R}_y$ ) :

$$\begin{cases} \dot{R}_x = -\dot{\psi}R_y - \dot{G}_x - \dot{\psi}G_y + \gamma_x \\ \dot{R}_y = \dot{\psi}R_x - \dot{G}_y + \dot{\psi}G_x + \gamma_y \end{cases} \quad (4.66)$$

Nous pouvons alors écrire  $\dot{G}_x$  et  $\dot{G}_y$  sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{G}_x = -\dot{\psi}G_y - L_1\dot{\psi}^2 - r\dot{\omega}_t + \gamma_x \\ \dot{G}_y = \dot{\psi}G_x - L_1\ddot{\psi}^2 - \dot{\psi}r\dot{\omega}_t + \gamma_y \end{cases} \quad (4.67)$$

avec

$$G_x(t_0) = 0 ; G_y(t_0) = 0 \quad (4.68)$$

### 4.5.2 Les algorithmes d'estimation

A l'aide des équations (4.64), (4.65), (4.66), (4.67) et (4.68), nous proposons deux algorithmes pour l'estimation de la vitesse longitudinale et la vitesse latérale. Ces algorithmes peuvent fonctionner simultanément [Jaballah 2009b].

#### 4.5.2.1 Algorithme 1 : Estimation de $V_x$

Pour proposer un algorithme d'estimation de la vitesse longitudinale  $V_x$ , nous avons besoin d'utiliser les techniques de filtrage et de dérivation [Villagra 2008] pour obtenir  $\dot{\psi}(t)$ ,  $\gamma_x(t)$ ,  $\gamma_y(t)$  et  $\omega_i(t)$  :

```

si  $|\dot{G}_x(t)| < \varepsilon_1$  alors
     $\hat{V}_x(t_i) = r\omega_t(t)$ 
sinon
     $\hat{V}_x(t_i) = \hat{V}_x(t_{i-1}) + (\int_{t_i}^t \gamma_x + \dot{\psi}\hat{V}_y(t))dt$ 
fin si

```

#### 4.5.2.2 Algorithme 2 : Estimation de $V_y$

L'algorithme d'estimation de la vitesse latérale  $V_y$  est le suivant :

```

si  $|\dot{G}_y(t)| < \varepsilon_2$  alors
     $\hat{V}_y(t_i) = -L_1\dot{\psi}$ 
sinon
     $\hat{V}_y(t_i) = \hat{V}_y(t_{i-1}) + (\int_{t_i}^t \gamma_y - \dot{\psi}\hat{V}_x(t))dt$ 
fin si

```



### 4.5.3 Résultats de simulation des algorithmes d'estimation

Pour illustrer cette étude, nous avons entrepris une étude de simulation utilisant le simulateur de véhicule *SIMK106N*. Nous avons utilisé l'angle de braquage de forme sinusoïdale donnée par la figure 4.14. Les figures 4.15 et 4.16 représentent respectivement  $\dot{G}_x$  et  $\dot{G}_y$ . Nous alors obtenons les vitesses longitudinale et latérale, et leurs estimées respectivement données par les figure 4.17 et 4.18. Nous constatons que les algorithmes proposés donnent une estimation fidèle des deux vitesses longitudinale et latérale du véhicule avec des conditions initiales bien choisies :  $V_{xt0} = 7.0711$  (m/s) et  $V_{yt0} = 7.0711$  (m/s).

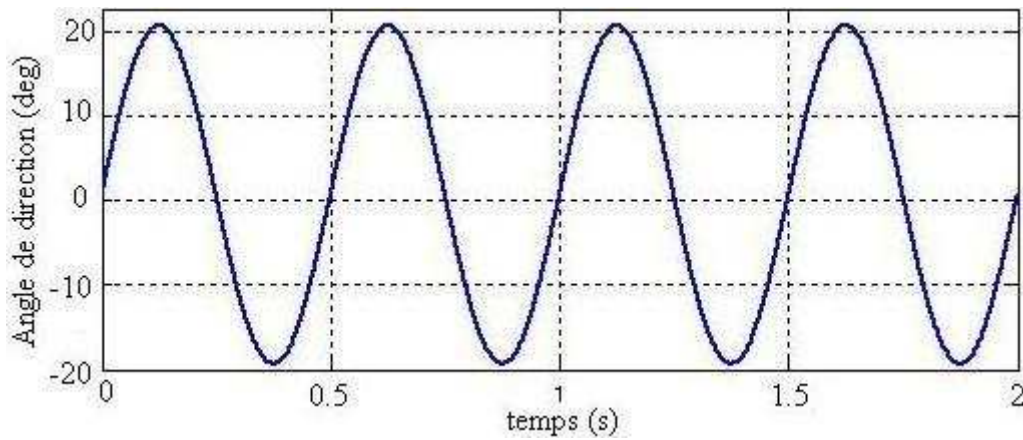


FIGURE 4.14 – Angle de direction

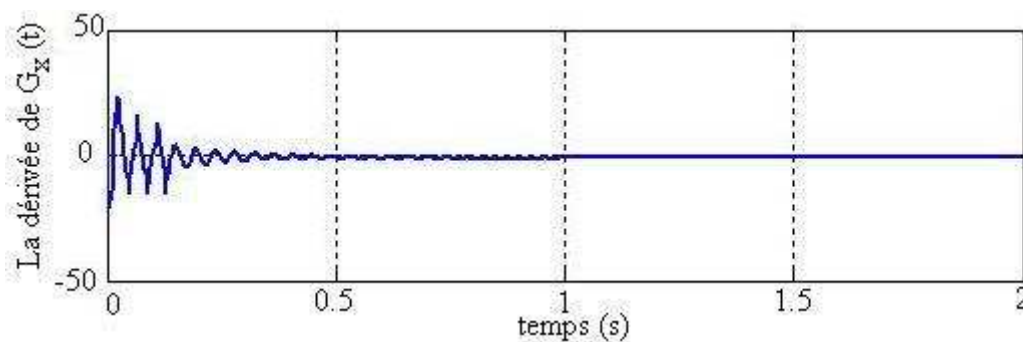


FIGURE 4.15 –  $\dot{G}_x$

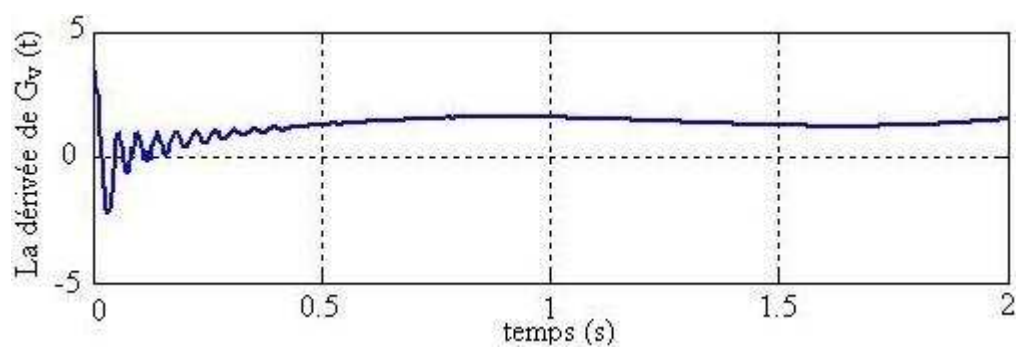
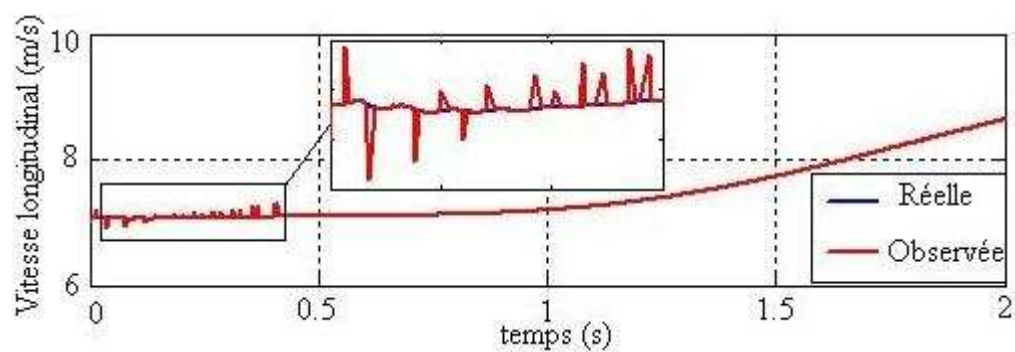
FIGURE 4.16 –  $\dot{G}_y$ 

FIGURE 4.17 – Estimation de la vitesse longitudinale par ALIEN

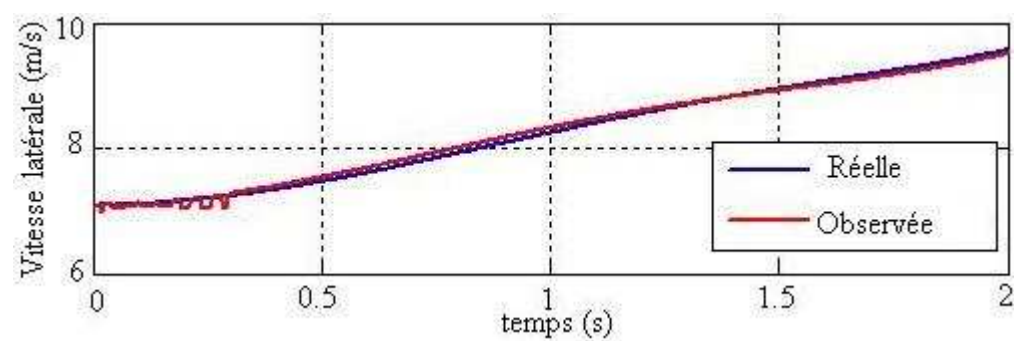


FIGURE 4.18 – Estimation de la vitesse latérale par ALIEN

## 4.6 Conclusion

Nous avons présenté, dans ce chapitre, des méthodes d'estimation des états dynamiques, des paramètres dynamiques d'un véhicule routier et les entrées inconnues, telles que les forces de contact pneu/chaussée. Nous avons appliqué, dans un premier temps, la technique de l'observateur à mode de glissement d'ordre 1 pour estimer l'état global du système. Nous avons validé cette approche en utilisant le simulateur de conduite *SIMK106N*.

Dans un deuxième temps, nous avons utilisé les observateurs à mode de glissement d'ordre 2 pour estimer l'état dynamique partiel du véhicule. A cet effet, nous avons exploité les modèles des trois sous-systèmes  $\Sigma_1$ ,  $\Sigma_2$  et  $\Sigma_3$  développés au chapitre précédent.

Finalement, nous avons présenté et appliqué une nouvelle approche basée sur des techniques algébriques pour estimer les vitesses latérale et longitudinale du véhicule.



# Système d'aide à la conduite

## Sommaire

<b>5.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>85</b>
<b>5.2</b>	<b>Unité d'alerte pour les sorties de voie</b>	<b>86</b>
5.2.1	Dynamique longitudinale	86
5.2.2	Dynamique latérale	87
5.2.3	Phénomène de sous et sur-virage	87
<b>5.3</b>	<b>Architecture du système d'alerte</b>	<b>88</b>
5.3.1	Estimation	88
5.3.2	Calcul	88
5.3.3	Résultats	89
<b>5.4</b>	<b>Estimation de l'angle de dérive</b>	<b>89</b>
5.4.1	Modélisation de l'angle de dérive	89
5.4.2	Observateur de l'angle de dérive	90
<b>5.5</b>	<b>Estimation des vitesses angulaires des roues et forces de contact</b>	<b>91</b>
5.5.1	Modélisation des roues	91
5.5.2	Observateur des vitesses angulaire des roues et forces de contact	93
<b>5.6</b>	<b>Calcul du gradient de sous/sur-virage</b>	<b>95</b>
<b>5.7</b>	<b>Génération d'alerte</b>	<b>97</b>
5.7.1	Résultats de simulation	97
5.7.2	Résultats du système d'alerte	101
<b>5.8</b>	<b>Conclusion</b>	<b>102</b>

## 5.1 Introduction

Une large partie des accidents est due à des erreurs d'appréciation de la part du conducteur, et de la difficulté qu'il peut rencontrer à l'approche d'un virage. Le franchissement est difficile, voire impossible, à cause des erreurs traduites par une vitesse inadaptée ou un manque d'information sur la dynamique du véhicule. L'objectif de ce chapitre est de développer un système d'alerte pour le contrôle de la stabilité du véhicule en virage. Les différents systèmes d'alerte existants sont basés sur les systèmes de limitation de la vitesse,

en se fondant sur des statistiques permettant de définir la vitesse maximale pour une portion de la route. Cependant, ces systèmes négligent d'autres paramètres aussi importants et influents sur la stabilité du véhicule dans un virage.

## 5.2 Unité d'alerte pour les sorties de voie

Le but du système d'alerte pour la sortie de voie est d'avertir le conducteur de la diminution de la contrôlabilité de son véhicule. Il existe deux catégories de ces systèmes :

- \* La première, liée à un problème de dynamique du véhicule, dû à une vitesse excessive à l'approche d'une difficulté ;
- \* La deuxième, liée à un problème de la dynamique latérale du véhicule (sous/survirage).

Dans notre étude, nous nous intéresserons à la deuxième approche, car elle représente le type d'accident le plus fréquent et la dynamique latérale joue un rôle très important dans l'évolution de ces accidents. L'objectif est d'informer le conducteur sur la possibilité de sortir de la voie, soit sur une perte de contrôle, liée à un problème de dynamique latérale du véhicule, soit sur une sortie involontaire, liée à un problème de guidage de la part du conducteur.

### 5.2.1 Dynamique longitudinale

Dans cette partie, nous nous intéressons à la première catégorie d'accidents de type sortie de route, liée à un problème du véhicule dû à une vitesse excessive à l'approche d'une difficulté. Les deux indicateurs principaux sont la vitesse longitudinale et l'accélération longitudinale du véhicule. Les applications sur l'alerte d'une vitesse excessive à l'approche d'un virage, qui ont été développées, utilisent un capteur de vitesse et une localisation à l'aide d'un GPS sur une cartographie numérique enrichie des données de l'infrastructure. Le véhicule est localisé sur la carte par laquelle l'algorithme d'alerte repère l'itinéraire pris et accède aux différentes caractéristiques de la route. Cependant, cette approche n'est pas satisfaisante pour les raisons suivantes :

- l'utilisation d'une description trop sommaire de l'infrastructure telle que la courbure. La présence de beaucoup de fausses alertes, du fait que la courbure n'est pas suffisante pour calculer d'une façon précise la vitesse limite ;
- la vitesse, à laquelle un véhicule peut aborder un virage, est aussi fonction de la dynamique du véhicule, et du comportement du conducteur.

### 5.2.2 Dynamique latérale

Nous allons proposer un système d'alerte qui prend en compte les indicateurs de risque, et intègre par la suite toutes les caractéristiques pouvant être utiles pour la détermination de cette situation. Cette partie consiste à proposer un système d'alerte, qui permet de renseigner sur la dynamique latérale du véhicule dans les virages, sachant qu'il est difficile de prélever des mesures directes sur certains paramètres.

Nous élaborons des méthodes d'estimation pour déterminer les paramètres nécessaires pour la stabilité du véhicule.

Nous nous limitons à l'estimation de :

- l'angle de dérive,
- la pente de la route,
- les vitesses angulaires des roues,
- l'accélération transversale,
- les forces de contact pneu/chaussée longitudinale et latérale.

### 5.2.3 Phénomène de sous et sur-virage

Lorsqu'un véhicule dérape par les roues avant, le phénomène de sous-virage se produit (la masse du véhicule est transférée vers l'arrière). Ce phénomène s'explique par une vitesse excessive en entrée de virage ou par une accélération trop précoce en sortie de virage. Le sur-virage est un dérapage d'une automobile par les roues arrière, l'axe médian s'oriente vers l'intérieur du virage. Les figures 5.1-a et 5.1-b illustrent ces deux phénomènes.

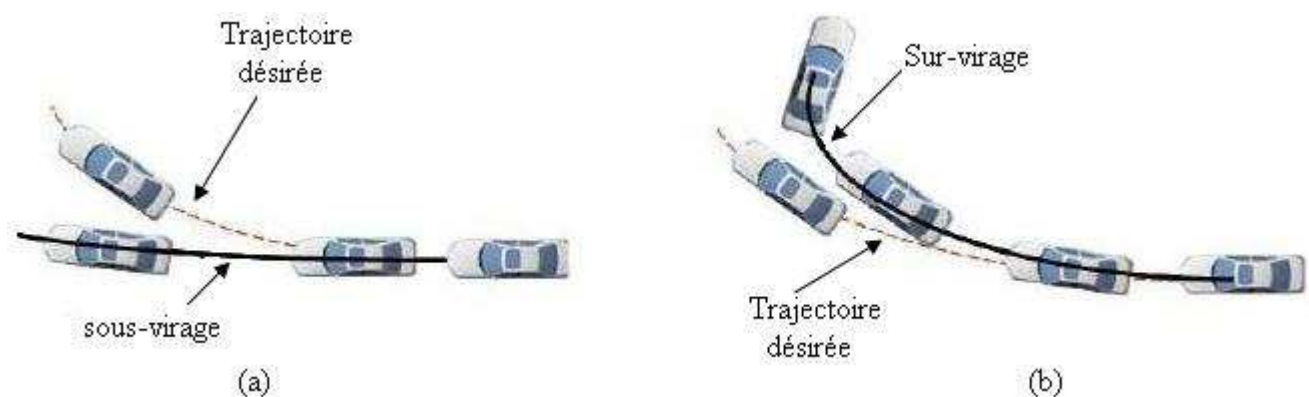


FIGURE 5.1 – Phénomène de sous et sur-virage

### 5.3 Architecture du système d'alerte

L'objectif principal de notre système est de tracer un profil du gradient de sous/survirage en fonction de différentes sources d'estimation des paramètres du véhicule. En se fondant sur ce profil du gradient de sous/survirage, le système d'alerte compare ce gradient à un seuil bien défini. Dans le cas d'une valeur supérieure à la limite, une génération d'alerte sera lancée au conducteur pour l'avertir de la situation critique.

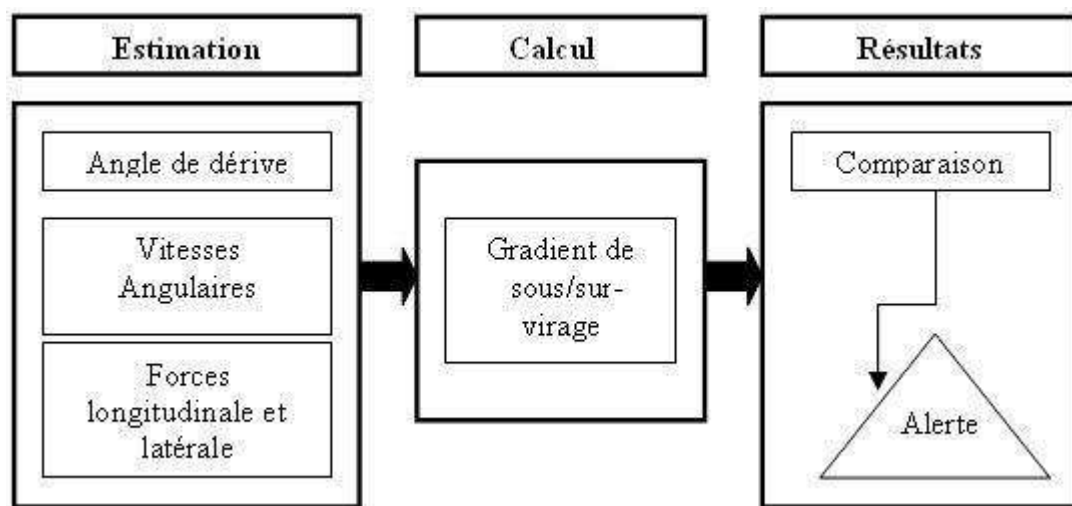


FIGURE 5.2 – Architecture du système d'alerte

L'architecture du système d'alerte est présentée par la figure 5.2. La conception de ce système comporte trois parties principales : l'estimation par des observateurs par modes glissants des paramètres et variables qui ont une influence sur le gradient de sous/survirage (l'angle de dérive, vitesses angulaire des roues et les forces de contact pneu/chassée longitudinale et latérale), l'évaluation et l'estimation de gradient et le bloc de comparaison.

#### 5.3.1 Estimation

La première partie de l'assistance est dédiée à l'estimation. Nous utilisons à cet effet, les observateurs par modes glissants d'ordre 1. Dans un premier temps, il est important de définir les paramètres qui seront utilisés pour déterminer le gradient de sous/survirage. Ce sont les paramètres influant sur la stabilité du véhicule. Ensuite nous présentons les estimations de ces paramètres.

#### 5.3.2 Calcul

Les paramètres nécessaires pour la stabilité du véhicule sont estimés par cinq observateurs dans le premier bloc. Ensuite ils seront injectés dans le deuxième bloc, qui sert à évaluer le profil de gradient de sous/survirage.



### 5.3.3 Résultats

Le profil du gradient de sous/sur-virage déterminé à chaque instant en temps réel de conduite servira pour détecter une situation dangereuse. Ce gradient sera comparé à un seuil d'alerte. Dans le cas d'une valeur supérieure à la limite, une génération d'alerte sera lancée pour informer le conducteur de la dynamique latérale de son véhicule.

Après avoir expliqué brièvement les différents blocs de notre système d'alerte, nous les détaillons, dans ce qui suit.

## 5.4 Estimation de l'angle de dérive

### 5.4.1 Modélisation de l'angle de dérive

Du fait de l'élasticité du pneumatique et de la sous sollicitation latérale (virage, angle de carrossage, etc), il se crée un couple d'auto-alignement, qui modifie la direction originale de la roue d'un angle appelé *angle de dérive*. Cet angle est considéré parmi l'un des paramètres importants pour la détermination de la stabilité du véhicule, donc il est nécessaire de connaître le maximum d'information sur cet angle. L'angle de dérive se mesure à l'aide d'un capteur approprié : c'est le *ré Correvit*. Cependant, le prix de ce dernier est inacceptable pour les constructeurs automobiles. D'où la nécessité de penser à des méthodes plus pratiques et simples (observateurs).

Nous considérons alors un modèle simple de véhicule donné par la figure 5.3 [Rabhi 2008, Jaballah 2009a].

D'après cette figure, nous avons :

$$\theta = \chi - \theta_x \quad (5.1)$$

où  $\theta$  est l'angle de roulis (l'écart entre la caisse et l'axe  $X_v$  du repère mobile lié au véhicule),  $\chi$  est l'angle de dérive et  $\theta_x$  est l'angle de roulis secondaire (l'écart entre la caisse et l'axe  $X_r$  du repère fixe).

La dynamique de rotation du véhicule selon l'axe longitudinal est donnée par l'équation suivante :

$$J_{xx}\ddot{\theta} + C_r\dot{\theta} + K_r\theta = Ma_y h + Mgsin^{-1}(\chi - \theta) \quad (5.2)$$

avec :

- \*  $J_{xx}$  : moment d'inertie autour de l'axe  $X$ .
- \*  $C_r$  : coefficient d'amortissement
- \*  $K_r$  : raideur
- \*  $M$  : masse de la caisse
- \*  $a_y$  : accélération latérale

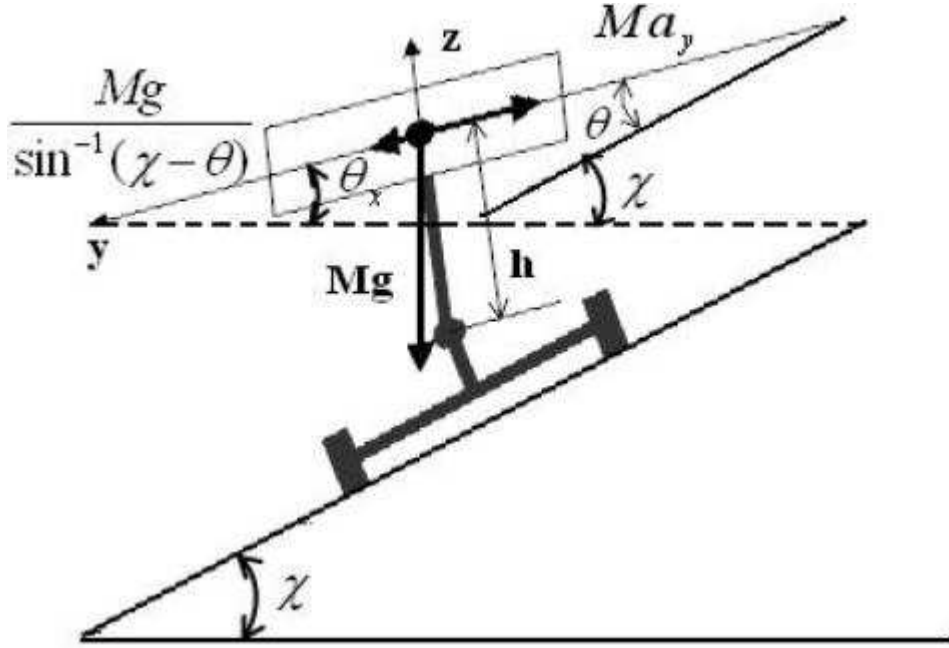


FIGURE 5.3 – L'angle de dérive

\*  $g$  : pesanteur

Nous pouvons aussi écrire l'accélération latérale comme suit :

$$a_y = a_{y,s} - \frac{g}{\sin^{-1}(\chi - \theta)} \quad (5.3)$$

où  $a_{y,s}$  est l'accélération latérale mesurée par un accéléromètre.

Les deux équations (5.2) et (5.3) nous donnent :

$$J_{xx}\ddot{\chi} + C_r\dot{\chi} + K_r\chi = J_{xx}\ddot{\theta}_x + C_r\dot{\theta}_x + K_r\theta_x + Ma_{y,s}h \quad (5.4)$$

### 5.4.2 Observateur de l'angle de dérive

Soit  $\ddot{\chi} = \dot{\chi} = 0$ , nous obtenons alors :

$$\chi = \frac{1}{K_r}(J_{xx}\ddot{\theta}_x + C_r\dot{\theta}_x + K_r\theta_x + Ma_{y,s}h) \quad (5.5)$$

Soient  $x_1 = \theta_x$  (mesurable),  $x_2 = \dot{\theta}_x$ ,  $x_3 = \ddot{\theta}_x$  et  $x_4 = \chi$ , on obtient alors :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ x_4 = \frac{1}{K_r}(J_{xx}x_3 + C_r x_2 + K_r x_1 + M a_{y,s} h) \end{cases} \quad (5.6)$$

Nous proposons alors un observateur à mode de glissement d'ordre 1 pour estimer l'angle de dérive :

$$\begin{cases} \hat{\dot{x}}_1 = \hat{x}_2 - \Lambda_1 \text{sign}(\hat{x}_1 - x_1) \\ \hat{\dot{x}}_2 = \hat{x}_3 - \Lambda_2 \text{sign}(\hat{x}_1 - x_1) \\ \hat{\dot{x}}_4 = \frac{1}{K_r}(J_{xx}\hat{x}_3 + C_r \hat{x}_2 + K_r \hat{x}_1 + M a_{y,s} h) - \Lambda_3 \text{sign}(\hat{x}_1 - x_1) \end{cases} \quad (5.7)$$

$\Lambda_1$ ,  $\Lambda_2$  et  $\Lambda_3$  sont les gains de l'observateur, qui seront déterminés après avoir étudié la convergence de l'observateur par la technique de Lyapunov.

## 5.5 Estimation des vitesses angulaires des roues et forces de contact

### 5.5.1 Modélisation des roues

La dynamique de rotation des roues est donnée par les équations suivantes [Rabhi 2010, M'sirdi 2007] :

$$\begin{cases} \dot{\omega}_{f1} = \frac{1}{J_{rf1}} (C_m - T_{f1} - r_{f1} F_{xf1}) - \mu_{f1} \\ \dot{\omega}_{f2} = \frac{1}{J_{rf2}} (C_m - T_{f2} - r_{f2} F_{xf2}) - \mu_{f2} \\ \dot{\omega}_{r1} = \frac{1}{J_{rr1}} (-T_{r1} - r_{r1} F_{xr1}) - \mu_{r1} \\ \dot{\omega}_{r2} = \frac{1}{J_{rr2}} (-T_{r2} - r_{r2} F_{xr2}) - \mu_{r2} \end{cases} \quad (5.8)$$

avec :

- $\omega_{f1}$ ,  $\omega_{f2}$ ,  $\omega_{r1}$  et  $\omega_{r2}$  sont les vitesses angulaires respectivement des roues avant gauche, avant droite, arrière gauche et arrière droite ;

- $J_{rf1}$ ,  $J_{rf2}$ ,  $J_{rr1}$  et  $J_{rr2}$  sont l'inertie respectivement des roues avant gauche, avant droite, arrière gauche et arrière droite ;
- $C_m$  est le couple moteur ;
- $T_{ij}$ ,  $r_{ij}$ ,  $F_{ij}$  ( $i = f, r$  et  $j = 1, 2$ ) sont respectivement le couple frein, le rayon effectif de la roue et les forces de contact longitudinale pneu/chaussée ;
- $\mu_{fi}$  et  $\mu_{ri}$  sont les termes de couplage, qui sont bornés, comme  $|\mu_{f,r,i}| < k_{f,r,i}$ ,  $i = (1, 2)$ .

Les forces de contact sont la partie la plus difficile du modèle de véhicule. Nous proposons alors quelques hypothèses qui sont souvent utilisées [Pacejka 1991] :

- Nous supposons que les coefficients de pneumatique  $C_x$ ,  $C_y$  sont constants ;
- Nous supposons que la force verticale  $F_z$  appliquée sur les roues est constante ;
- Nous supposons que les forces varient lentement d'où  $\dot{F} \simeq 0$ .

Nous choisissons les vecteurs  $x_1$ ,  $x_2$   $x_3$  comme suit :

$$x_1 = (x_{11} \ x_{12} \ x_{13} \ x_{14})^T = (\varphi_{f1} \ \varphi_{f2} \ \varphi_{r1} \ \varphi_{r2})^T \quad (5.9)$$

$$x_2 = (x_{21} \ x_{22} \ x_{23} \ x_{24})^T = (\omega_{f1} \ \omega_{f2} \ \omega_{r1} \ \omega_{r2})^T \quad (5.10)$$

$$x_3 = (x_{31} \ x_{32} \ x_{33} \ x_{34})^T = (F_{xf1} \ F_{xf2} \ F_{xr1} \ F_{xr2})^T \quad (5.11)$$

avec :

- $x_1$  sont les positions angulaires des quatre roues ;
- $x_2$  sont les vitesses angulaires des quatre roues ;
- $x_3$  sont les forces longitudinales appliquées sur les quatre roues ;
- $y = (\varphi_{f1} \ \varphi_{f2} \ \varphi_{r1} \ \varphi_{r2})^T$  ( $y \in \mathbb{R}^4$ ) est le vecteur mesurable du système.

Puisque nous avons supposé que  $\dot{F} \simeq 0$ , nous pouvons choisir  $\dot{x}_3 = e(t)$  où  $e(t)$  est un bruit aléatoire.

La représentation d'état du système (5.8) est :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(t) + g(t, x_3) - \mu \\ \dot{x}_3 = e(t) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (5.12)$$

avec

$$f(t) = \begin{bmatrix} \frac{C_m - T_{f1}}{J_{rf1}} & \frac{C_m - T_{f2}}{J_{rf2}} & -\frac{T_{r1}}{J_{rr1}} & -\frac{T_{r2}}{J_{rr2}} \end{bmatrix}^T \quad (5.13)$$

$$g(t, x_3) = \begin{bmatrix} -r_{f1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -r_{f2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -r_{r1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -r_{r2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{31} \\ x_{32} \\ x_{33} \\ x_{34} \end{bmatrix} = U.x_3$$

$$\mu = \begin{bmatrix} \mu_{f1} & \mu_{f2} & \mu_{r1} & \mu_{r2} \end{bmatrix}^T \quad (5.14)$$

### 5.5.2 Observateur des vitesses angulaire des roues et forces de contact

Dans cette section, nous développons un observateur à mode de glissement d'ordre 1 pour estimer les vitesses angulaires des roues et les forces de contact pneu/chaussée. En utilisant le système 5.12, nous proposons l'observateur suivant [Jaballah 2011a] :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = \hat{x}_2 - \Lambda_1 \text{sign}(\hat{x}_1 - x_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 = \hat{f}(t) + \hat{g}(t, \hat{x}_3) - \Lambda_2 \text{sign}(\hat{x}_1 - x_1) \\ \dot{\hat{x}}_3 = -\Lambda_3 \text{sign}(\hat{x}_1 - x_1) \end{cases} \quad (5.15)$$

où  $\hat{x}_1$ ,  $\hat{x}_2$  et  $\hat{x}_3$  sont respectivement l'estimation des positions, des vitesses et des forces,  $\Lambda_1$ ,  $\Lambda_2$  et  $\Lambda_3$  sont des matrices de gain ( $\Lambda_i \in \mathbb{R}^4; i = 1, 2, 3$ ),  $\hat{f}(t)$  et  $\hat{g}(t, \hat{x}_3) = \hat{U}\hat{x}_3$  sont respectivement les estimations de  $f(t)$  et  $g(t, x_3)$ .

$$\Lambda_1 = \text{diag}\{\lambda_{11}, \lambda_{12}, \lambda_{13}, \lambda_{14}\}$$

$$\Lambda_2 = \text{diag}\{\lambda_{21}, \lambda_{22}, \lambda_{23}, \lambda_{24}\}$$

$$\Lambda_3 = \text{diag}\{\lambda_{31}, \lambda_{32}, \lambda_{33}, \lambda_{34}\}$$

Pour étudier la convergence de l'observateur, nous prenons :

$$H(t, \hat{x}_3, x_3) = \hat{f}(t) - f(t) + g(t, \hat{x}_3) - g(t, x_3) + \mu \quad (5.16)$$

avec

$$\tilde{x}_1 = \hat{x}_1 - x_1 \text{ et } \tilde{x}_2 = \hat{x}_2 - x_2 \quad (5.17)$$

La dynamique de l'erreur d'observation est alors :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_1 = \tilde{x}_2 - \Lambda_1 \text{sign}(\tilde{x}_1) \\ \dot{\tilde{x}}_2 = H(t, \hat{x}_3, x_3) - \Lambda_2 \text{sign}(\tilde{x}_1) \\ \dot{\tilde{x}}_3 = -\Lambda_3 \text{sign}(\tilde{x}_1) \end{cases} \quad (5.18)$$

Supposons que la fonction de Lyapunov  $V_1 = \frac{1}{2} \tilde{x}_1^T \tilde{x}_1$ , dans un premier temps, vérifie que  $\tilde{x}_1 = 0$  est une surface attractive si  $\dot{V}_1 < 0$ , d'où le choix de  $\lambda_{1i}$  ( $i = 1, \dots, 4$ ).

$$\dot{V}_1 = \tilde{x}_1^T (\tilde{x}_2 - \Lambda_1 \text{sign}(\tilde{x}_1)) \quad (5.19)$$

$$\lambda_{1i} > |\tilde{x}_{2i}| \text{ for } i = 1, \dots, 4 \quad (5.20)$$

La convergence en temps de  $x_1$  est assurée à  $(t_0)$  :  $\hat{x}_1$  converge vers  $x_1$ , et par suite  $\dot{\tilde{x}}_1 = 0 \forall t > t_0$ . Nous pouvons alors déduire, en moyenne, de la première équation du système (5.18), que  $\tilde{x}_2 = \Lambda_1 \text{sign}_{\text{moy}}(\tilde{x}_1)$ , avec  $\text{sign}_{\text{moy}}$  est la valeur moyenne de la fonction "sign". Nous obtenons alors :

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_2 &= H(t, \hat{x}_3, x_3) - \Lambda_2 \Lambda_1^{-1} \tilde{x}_2 \\ \dot{\tilde{x}}_3 &= -\Lambda_3 \Lambda_1^{-1} \tilde{x}_2 \end{aligned} \quad (5.21)$$

avec

$$H(t, \hat{x}_3, x_3) = \tilde{f}(t) + \hat{U} \hat{x}_3 - U x_3 \pm U \hat{x}_3 + \mu \quad (5.22)$$

$$= \tilde{f}(t) + \tilde{U} \hat{x}_3 - U \tilde{x}_3 + \mu \quad (5.23)$$

Dans un second temps, nous prenons une deuxième fonction de Lyapunov  $V_2 = \frac{1}{2} \tilde{x}_2^T \tilde{x}_2 + \frac{1}{2} \tilde{x}_3^T \tilde{x}_3$ , la dérivée de cette fonction est égale à :

$$\dot{V}_2 = \tilde{x}_2^T (H - \Lambda_2 \Lambda_1^{-1} \tilde{x}_2) - \tilde{x}_3^T \Lambda_3 \Lambda_1^{-1} \tilde{x}_2 \quad (5.24)$$

Si  $\Lambda_3 = U^T \Lambda_1$ , alors  $\dot{V}_2$  s'écrit :

$$\dot{V}_2 = \tilde{x}_2^T (\tilde{f}(t) + \tilde{U} \hat{x}_3 + \mu) - \tilde{x}_2^T \Lambda_2 \Lambda_1^{-1} \tilde{x}_2 \quad (5.25)$$

Soit  $N(t, \hat{x}_3) = \tilde{f}(t) + \tilde{U} \hat{x}_3 + \mu$  et  $\tilde{x}_2$ , qui sont supposées bornées, comme suit :

$$|N(t, \hat{x}_3)| \leq N_{max} \quad (5.26)$$

$$|\hat{x}_2^T| \leq X_{max} \quad (5.27)$$

Si  $\Lambda_2 > N_{max} X_{max}^T \Lambda_1$ , alors  $\dot{V}_2 < 0$ , d'où par conséquent  $\hat{x}_2$  et  $\hat{x}_3$  convergent respectivement vers  $x_2$  et  $x_3$ .

D'où les conditions de convergence de l'observateur :

$$* \Lambda_1 > |\tilde{x}_2|$$

$$* \Lambda_2 > N_{max} X_{max}^T \Lambda_1$$

$$* \Lambda_3 = U^T \Lambda_1$$

## 5.6 Calcul du gradient de sous/sur-virage

Pour l'étude de la dynamique latérale, on donne ce modèle simple (figure 5.4) connu sous le nom de modèle bicyclette. Ce modèle fait l'hypothèse de symétrie du véhicule.

L'angle de braquage du train avant est donné par :

$$\tan \delta = \frac{L}{R} \quad (5.28)$$

Le rayon de courbure du centre de masse est égal à :

$$R_c = \sqrt{L_1^2 + R^2} = R \sqrt{1 + \frac{L_1^2}{R^2}} \simeq R \quad (5.29)$$

Ce qui nous donne une relation entre la courbure et l'angle de braquage :

$$R_c \simeq R \simeq L \cot \delta \simeq \frac{L}{\delta} \quad (5.30)$$

A l'équilibre, le principe fondamental de la dynamique nous permet d'établir les équations d'équilibre des forces et des moments du modèle bicyclette, sous la forme suivante :

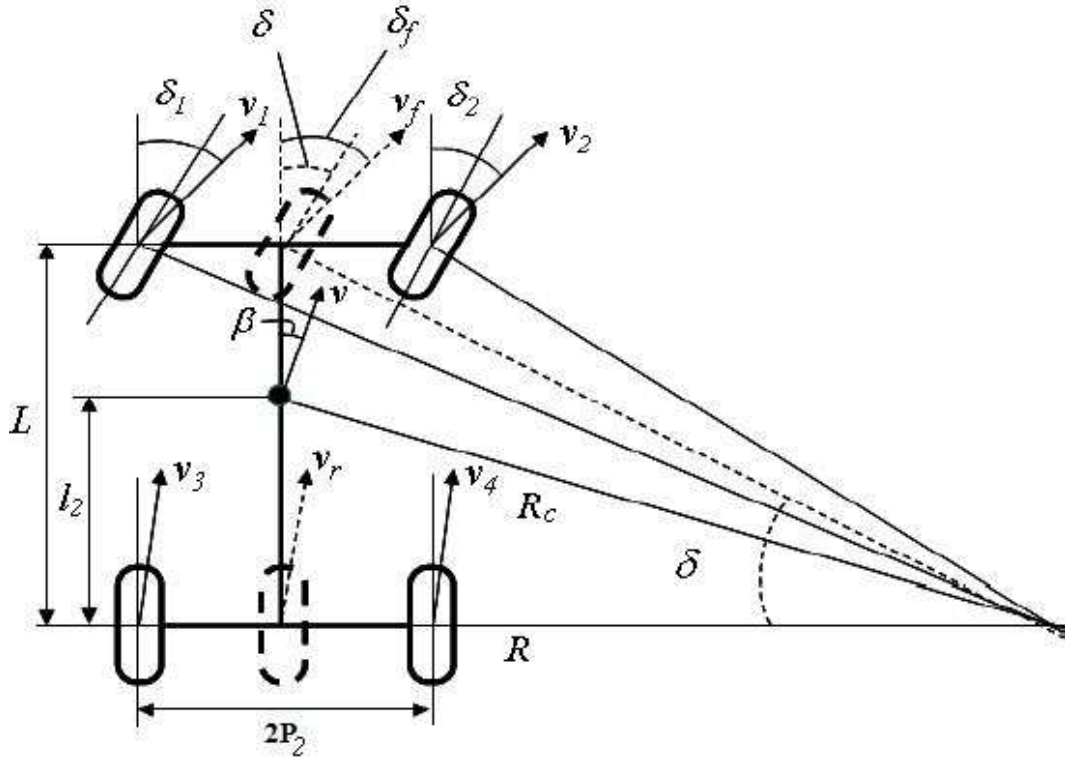


FIGURE 5.4 – Modèle de véhicule

$$F_{y1} + F_{y2} = m \frac{V_x^2}{R} \quad (5.31)$$

$$F_{y1}L_1 + L_2F_{y2} = 0 \quad (5.32)$$

Il semble évident qu'une vitesse excessive du véhicule au cours des phénomènes de sous ou de sur-virage entraînent directement un accident. En effet, pour la vitesse longitudinale  $V_x$ , un véhicule effectuant une giration subit une accélération latérale  $\frac{V_x^2}{R}$ , où  $R$  est le rayon de courbure de la trajectoire effectuée. Cette accélération étant ressentie par le véhicule sous la forme d'une force d'inertie, elle est susceptible de causer une perte d'adhérence du véhicule, si elle est supérieure à la valeur d'adhérence de la route.

Nous pouvons alors réécrire les forces latérales appliquées aux roues avant et arrière sous la forme suivante :

$$F_{y1} = \frac{L_1}{L} m \frac{V_x^2}{R} = m_1 \frac{V_x^2}{R} \quad (5.33)$$

$$F_{y2} = \frac{L_2}{L} m \frac{V_x^2}{R} = m_2 \frac{V_x^2}{R} \quad (5.34)$$



La variation de ces forces est importante lorsque le véhicule effectue des manœuvres brusques. Admettons que les angles de dérive sont faibles, les forces latérales peuvent être considérées proportionnelles à ces angles, et nous pouvons donc écrire :

$$\alpha_1 = \frac{F_{y1}}{2C_{\alpha1}} = m_1 \frac{V_x^2}{R} \quad (5.35)$$

$$\alpha_2 = \frac{F_{y2}}{2C_{\alpha2}} = m_2 \frac{V_x^2}{R} \quad (5.36)$$

où  $C_{\alpha1}$ ,  $C_{\alpha2}$  sont respectivement les raideurs de pneumatiques avant et arrière. A partir des écritures de  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$ , nous pouvons définir le gradient de sous-virage  $G_v$  comme suit :

$$G_v = \frac{m_1}{2C_{\alpha1}} - \frac{m_2}{2C_{\alpha2}} \quad (5.37)$$

La stabilité du véhicule peut être déduite à partir de l'équation (5.37). Trois états peuvent être identifiés comme le montre le tableau 5.1.

$G_v$	$\alpha_1$ et $\alpha_2$	État du véhicule
Nul	$\alpha_1 = \alpha_2$	Le véhicule est stable
Positif	$\alpha_1 > \alpha_2$	Le véhicule est en sous-virage
Négatif	$\alpha_1 < \alpha_2$	Le véhicule est en sur-virage

TABLE 5.1 – La situation du véhicule

## 5.7 Génération d'alerte

### 5.7.1 Résultats de simulation

Pour illustrer nos études, nous avons entrepris une étude de simulation en utilisant le simulateur *SIMK106N*. Les figures 5.5-a et 5.5-b représentent respectivement la trajectoire suivie par le véhicule et sa vitesse de roulement pendant cette simulation. L'angle de braquage utilisé pendant cette simulation est donné par la figure 5.5-c.

L'estimation de l'angle de dérive est donné par la figure 5.6. Cette estimation est très importante pour connaître l'état de stabilité du véhicule. Bien qu'il y ait deux variations brusques de l'angle de dérive aux instants  $t = 2.3s$  et  $t = 12s$ , nous remarquons que notre observateur reconstruit fidèlement cet angle puisque l'erreur est inférieure à 10%.

Les figures 5.7-a, 5.7-b, 5.7-c et 5.7-d représentent les forces de contact longitudinales respectivement des roues avant gauche, avant droite, arrière gauche et arrière droite. Nous

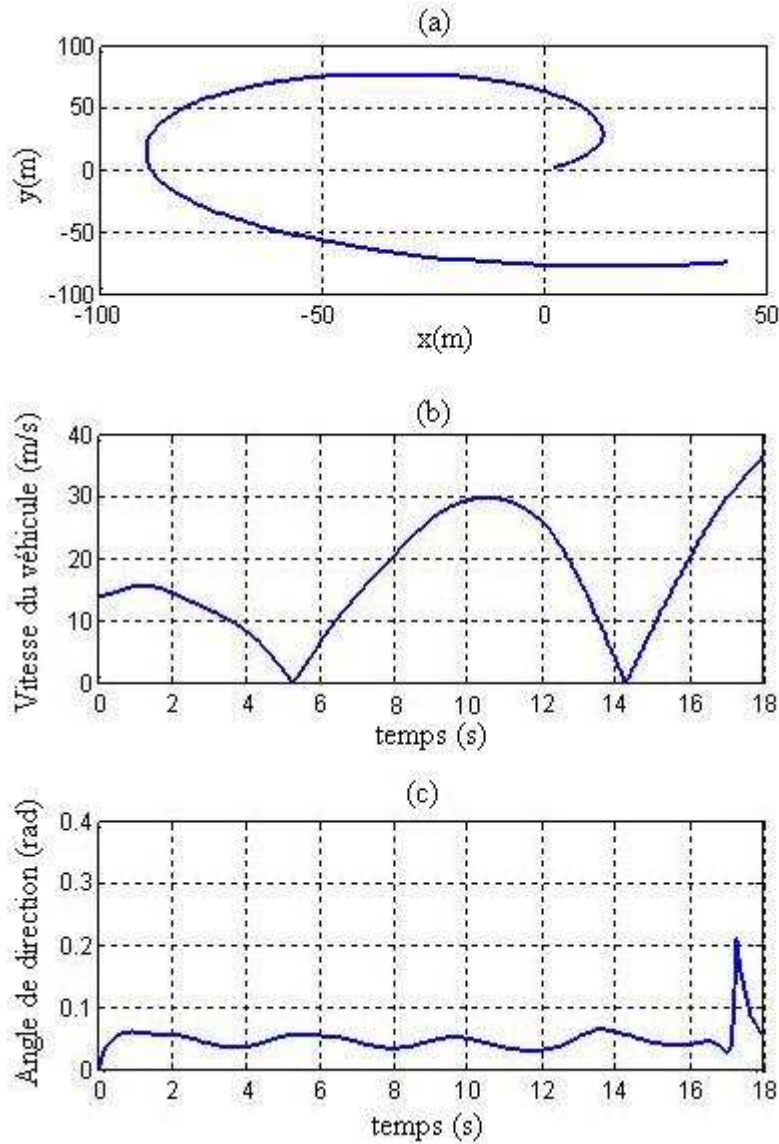


FIGURE 5.5 – Paramètres de simulation

remarquons un bon fonctionnement de l'observateur à mode de glissement d'ordre 1.

Le deuxième observateur que nous avons utilisé est celui pour l'estimation des vitesses angulaires des quatre roues du véhicule. Ceci se passe à travers l'estimation des forces de contact pneu/chaussée. Nous obtenons alors l'estimation des vitesses angulaires des quatre roues données par les figures 5.8-a, 5.8-b, 5.8-c et 5.8-d. La figure 5.9 nous donne une bonne estimation de la vitesse longitudinale  $V_x$  du véhicule pendant la simulation.

L'estimation des forces de contact latérales appliquées sur les deux roues avant gauche et avant droite sont données respectivement par les figures 5.10-a et 5.10-b. Une fois les paramètres du modèle nécessaire pour la détection du phénomène de sous/sur-virage calculés, nous avons effectué un ensemble de simulations dans la situation de risque et

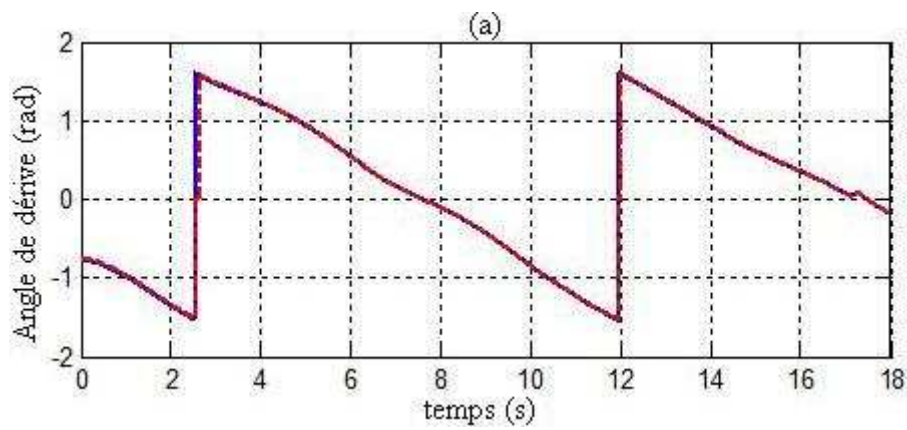


FIGURE 5.6 – Estimation de l'angle de dérive

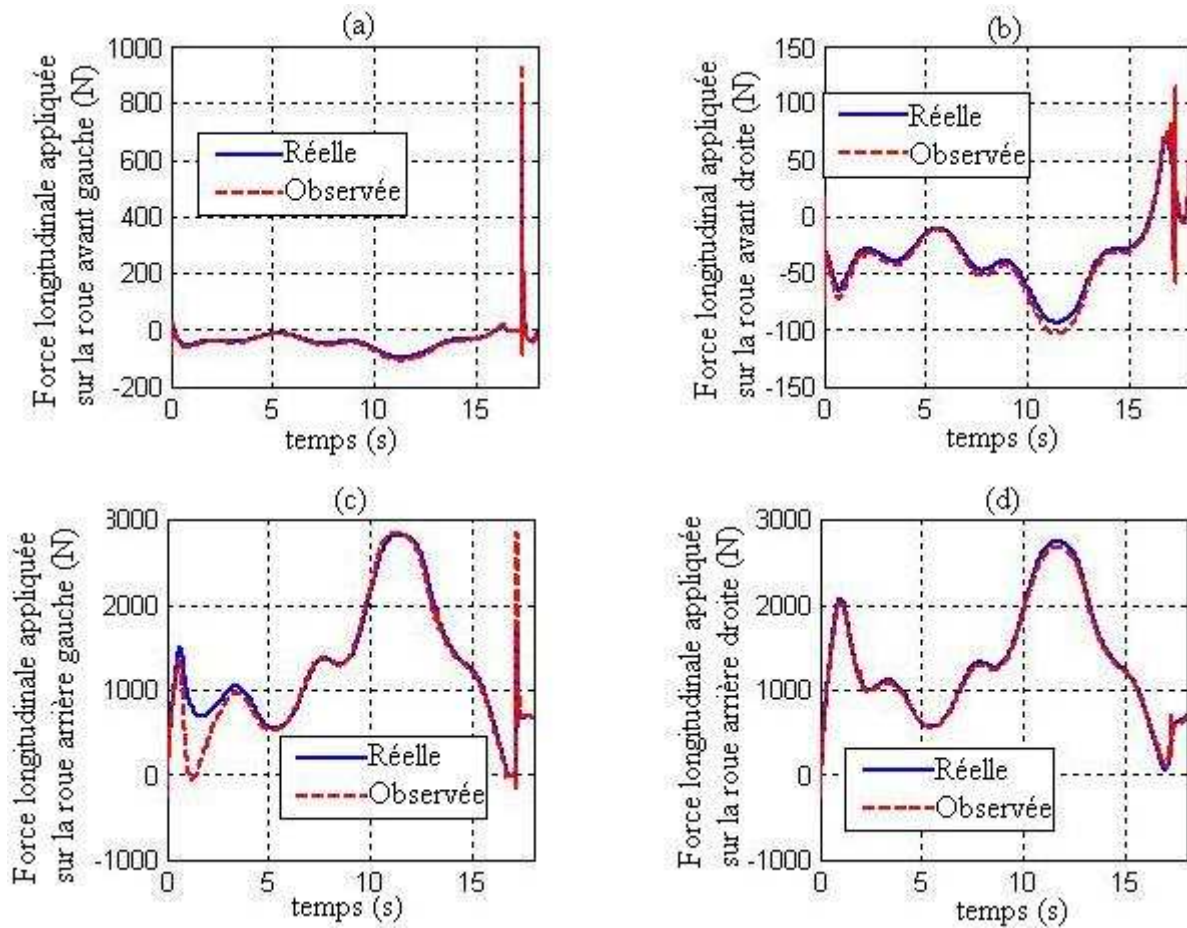


FIGURE 5.7 – Estimation des forces longitudinales

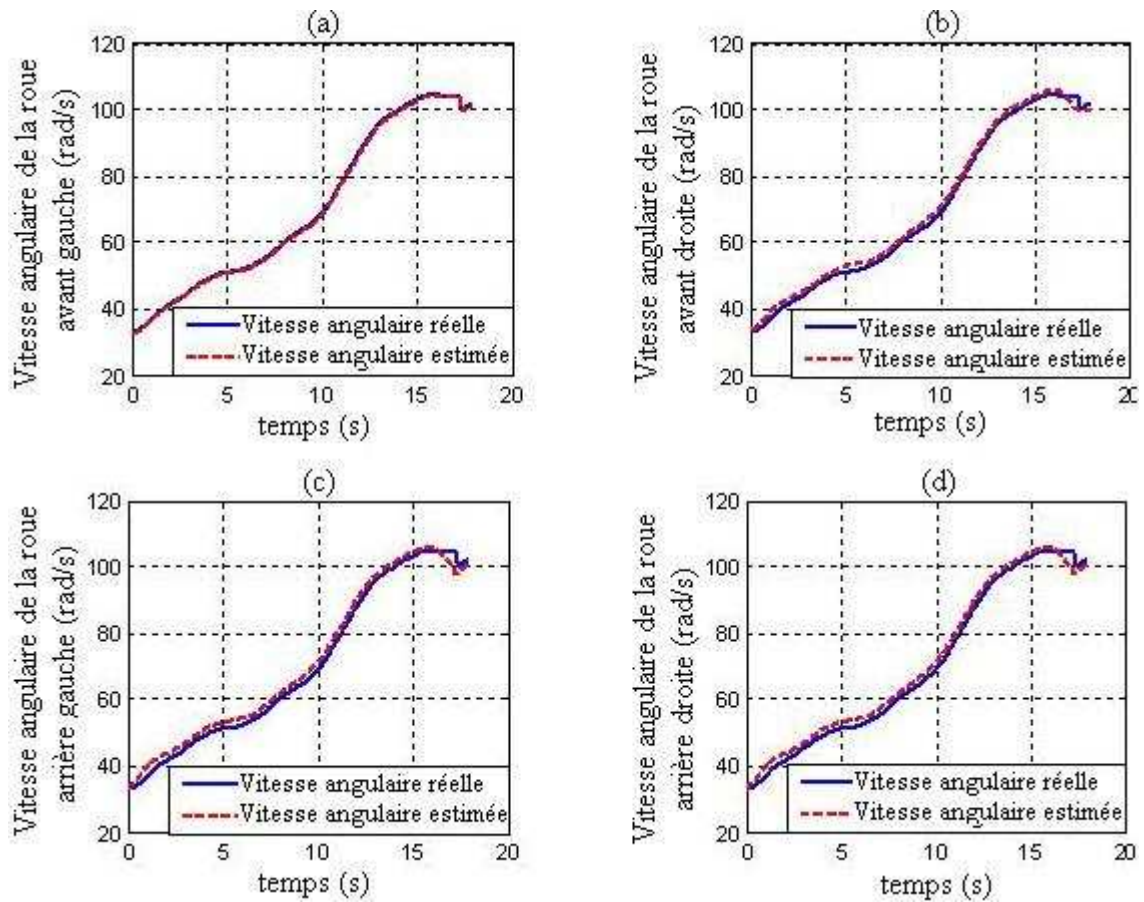


FIGURE 5.8 – Estimation des vitesses angulaires des roues

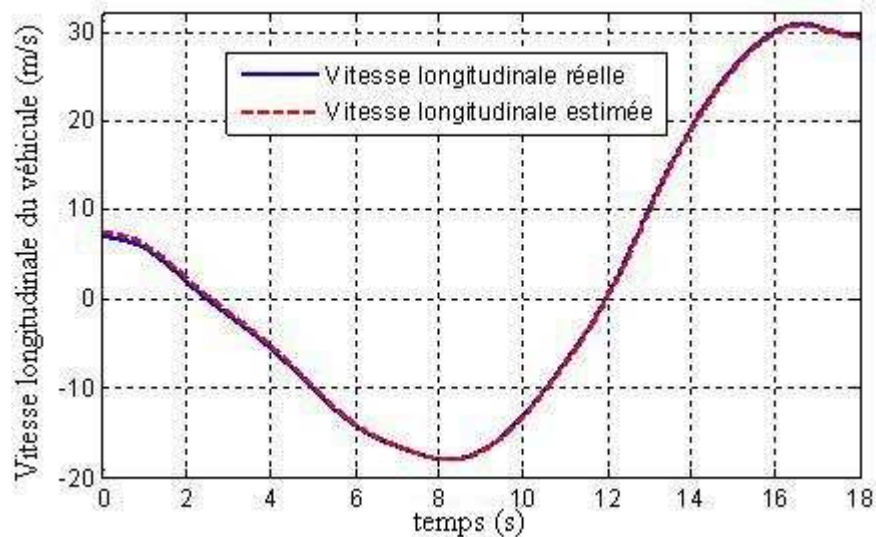


FIGURE 5.9 – Estimation la vitesse longitudinale du véhicule

nous les avons comparées avec les résultats d'observation, à partir desquels nous avons obtenu les données concernant les profils de vitesse, d'accélération latérale et de l'angle de dérive. Par la suite, ces données sont utilisées comme entrées pour le bloc gradient de sous/sur-virage.

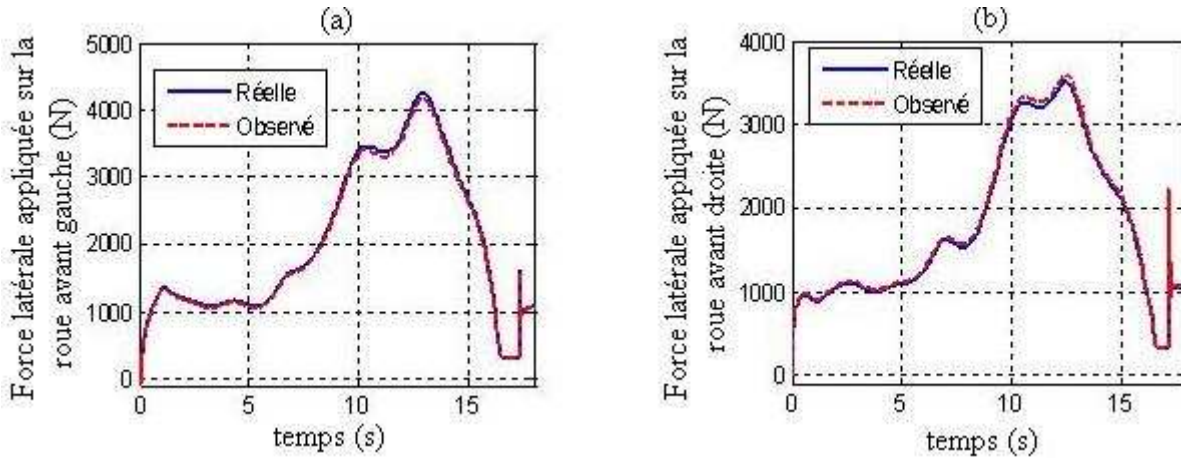


FIGURE 5.10 – Estimation des forces latérales

### 5.7.2 Résultats du système d'alerte

Dans ce paragraphe, nous allons tester notre module de génération d'alerte, qui est donné par l'algorithme de la figure 5.11. La première étape consiste à calculer le profil de gradient de sous/sur-virage, en utilisant la méthode décrite précédemment. Ensuite nous faisons une comparaison de sa valeur avec un seuil bien déterminé.

Les expérimentations répétées ont permis de calibrer le seuil d'alerte. Le seuil de l'alerte moyenne est fixé à  $G_{v1} \pm 0.05$  rad, et le seuil de l'alerte forte est fixé à  $G_{v2} \pm 0.08$  rad.  $G_{v1}$  et  $G_{v2}$  sont obtenues expérimentalement.

L'alerte est générée selon le processus suivant :

1. **Pas d'alerte :**

Si  $G_v$  est inférieur à la valeur de  $G_{v1}$ .

2. **Fournir un faible avertissement :**

Si  $G_v$  dépasse la valeur limite de  $G_{v1}$ , mais il reste inférieur à la valeur limite  $G_{v2}$ .

3. **Fournir une alerte forte :**

Si  $G_v$  dépasse la valeur limite  $G_{v2}$ .

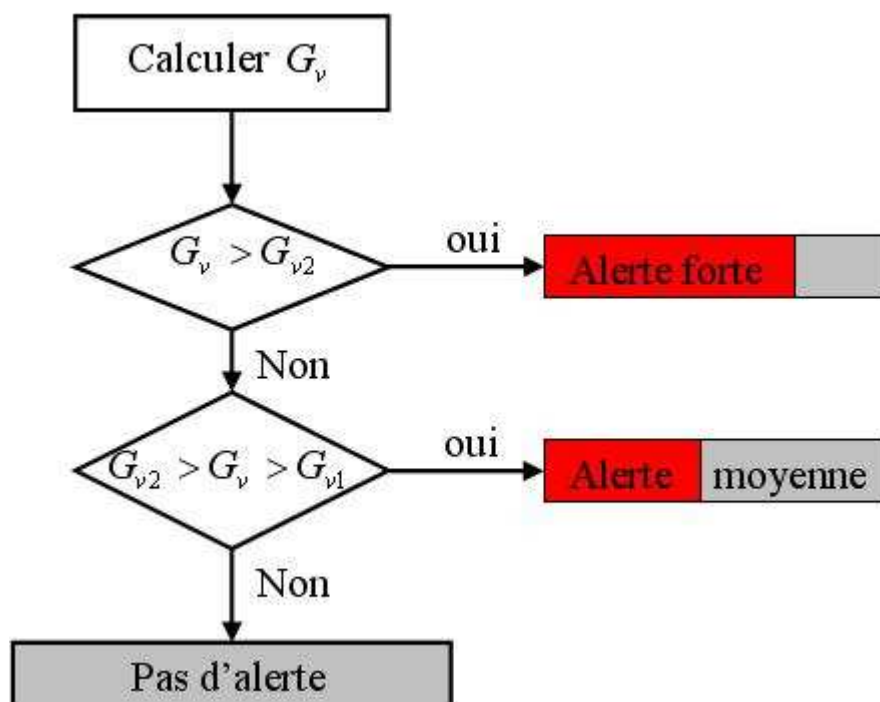


FIGURE 5.11 – Algorithme de génération d'alerte

## 5.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté et développé un système d'alerte pour le sous-virage et le sur-virage. Nous avons détaillé les différentes étapes de l'algorithme, qui se résume en trois phases : estimation, calcul et résultats. La phase d'estimation nous donne l'estimation de l'angle de dérive, des vitesses angulaires des roues et des forces de contact pneu/chaussée. La phase de calcul permet de calculer le gradient de sous/sur-virage à chaque instant, qui sera comparé à un seuil bien déterminé pour prendre la décision d'alerte. Ce seuil est obtenu expérimentalement suite à plusieurs essais. Nous avons présenté, par la suite, des résultats de simulation à l'aide de simulateur de véhicule *SIMK106N* pour vérifier le bon fonctionnement de notre système d'alerte.



# Conclusion générale et perspectives

---

Le travail présenté dans ce mémoire de thèse traite le problème de la modélisation et l'estimation de l'état des sous-systèmes de véhicule. Nous sommes aussi intéressés à l'estimation des états dynamiques partiel et complet du véhicule et aux paramètres d'interaction avec son environnement, qui est la chaussée dans notre cas.

Dans le chapitre 2, l'intérêt s'est porté sur les trois modèles dynamiques du véhicule. Le premier est le *quart véhicule*, qui est souvent utilisé dans la littérature. L'inconvénient majeur est qu'il ne prend pas en compte les interactions avec les autres composants du véhicule, donc il perd certain réalisme. Le second est le modèle *bicyclette*, qui est souvent utilisé pour étudier la dynamique longitudinale et latérale. Le dernier modèle est le modèle complet qui modélise la dynamique du véhicule par 16 états. Nous l'avons considéré comme le modèle nominal, puisqu'il est le plus proche de la réalité. Par la suite, nous avons présenté deux simulateurs de véhicule : *SIMK106N* et *SCANeR-studio*. Le premier est sous Matlab, développé et validé par l'équipe de Mr N.K. M'sirdi. *SCANeR-studio* est un poste de conduite développé par la société OKTAL.

Dans le troisième chapitre, nous nous sommes intéressés à la propriété de passivité du modèle dynamique de véhicule. A cet effet, nous avons étudié la passivité du modèle global du véhicule et du sous-système de véhicule. Grâce à cette propriété, nous avons proposé un découpage du modèle dynamique complet de véhicule en cinq sous-systèmes, qui sont les translations de la caisse, les rotations de la caisse, les débattements des suspensions, les angles de braquage et les rotations des roues. Ces cinq sous-systèmes seront réduits à trois en réunissant les mouvements liés à la caisse ensemble ( $\Sigma_1$ ), ceux liés aux suspensions ( $\Sigma_2$ ) et ceux liés aux roues ensemble ( $\Sigma_3$ ). Pour valider ce découpage, nous avons présenté des résultats de simulation faites par le simulateur *SIMK106N*. Nous avons tracé les termes de couplage qui relient les trois blocs. Nous montrons alors la nullité de ces termes.

Le quatrième chapitre a traité l'observation de l'état dynamique du véhicule à l'aide des observateurs à mode de glissement. Dans un premier temps, nous avons proposé un observateur à mode de glissement d'ordre 1 pour estimer l'état global du véhicule. Les résultats de simulation réalisées à l'aide de simulateur de conduite ont montré une convergence rapide et en temps fini des états estimés. Nous avons estimé aussi les états

dynamiques partiels du véhicule en utilisant les trois sous-systèmes  $\Sigma_1$ ,  $\Sigma_2$  et  $\Sigma_3$  présentées précédemment. A cet effet, nous avons utilisé les observateurs à mode de glissement d'ordre 1 et d'ordre 2 en cascade. Ensuite nous avons présenté deux algorithmes pour estimer les vitesses longitudinale et latérale du véhicule. Ces algorithmes sont basés sur la technique des observateurs algébriques *ALIEN*. Nous utilisons le simulateur de conduite *SIMK106N* pour donner des résultats de simulation.

Le cinquième chapitre a été consacré au développement d'un système d'aide à la conduite. Nous avons intéressé particulièrement aux problèmes de sous-virage et sur-virage. A cet effet, nous avons proposé un système d'alerte qui comporte trois parties principales : estimation des paramètres, calcul du gradient de sous/sur-virage et la partie de décision où nous comparons le gradient trouvé à un seuil bien déterminé. Dans la phase d'estimation des paramètres, nous avons utilisé des observateurs à mode de glissement d'ordre 1 pour estimer l'angle de dérive, les vitesses angulaires des roues, les forces de contact pneu/chaussée selon les axes longitudinal et latéral et l'accélération latérale. Pour illustrer nos études, nous avons utilisé le simulateur de véhicule *SIMK106N*. Les résultats de simulations prouvent le bon fonctionnement de notre système d'alerte pour le sous et sur-virage.

### Perspectives

En perspectives, il est intéressant de découper le modèle dynamique de véhicule autrement en trois sous-systèmes, qui sont la roue avant gauche, la roue avant droite et le demi-véhicule arrière. Ce découpage nous permet à l'aide du premier ou deuxième bloc, le sous-système de la roue, d'améliorer la performance d'une suspension d'un véhicule. Cette étude peut être comparée à celle faite par le modèle *quart de véhicule*.

Il est aussi intéressant de valider le système d'alerte proposé pour le sous et sur-virage par un prototype plus proche à la réalité par exemple la poste de conduite *SCANeRstudio*. Nous pouvons aussi améliorer le système d'alerte proposé pour éviter le risque de collision avec un autre véhicule en introduisant le calcul de l'inter-distance.



# Paramètres

## A.1 Les matrices réduites $M_{ij}$

$$M(q) = \begin{bmatrix} \bar{M}_{11} & \bar{M}_{12} & \bar{M}_{13} & \underline{0}_{32} & \underline{0}_{34} \\ \bar{M}_{21} & \bar{M}_{22} & \bar{M}_{23} & \bar{M}_{24} & \bar{M}_{25} \\ \bar{M}_{31} & \bar{M}_{32} & \bar{M}_{33} & \underline{0}_{42} & \underline{0}_{44} \\ \underline{0}_{23} & \bar{M}_{42} & \underline{0}_{24} & \bar{M}_{44} & \underline{0}_{24} \\ \underline{0}_{43} & \bar{M}_{52} & \underline{0}_{44} & \underline{0}_{42} & \bar{M}_{55} \end{bmatrix}_{16 \times 16}$$

$$\bar{M}_{12} = \bar{M}_{21}^T = \begin{bmatrix} M_1^4 & M_1^5 & M_1^6 \\ M_2^4 & M_2^5 & M_2^6 \\ 0 & M_3^5 & M_3^5 \end{bmatrix} \quad ; \bar{M}_{11} = \begin{bmatrix} M_1^1 & 0 & 0 \\ 0 & M_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & M_3^3 \end{bmatrix}$$

$$\bar{M}_{24} = \bar{M}_{42}^T = \begin{bmatrix} M_4^{11} & M_4^{12} \\ M_5^{11} & M_5^{12} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad ; \bar{M}_{33} = \begin{bmatrix} M_7^7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_8^8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_9^9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_{10}^{10} \end{bmatrix}$$

$$\bar{M}_{13} = \bar{M}_{31}^T = \begin{bmatrix} M_1^7 & M_1^8 & M_1^9 & M_1^{10} \\ M_2^7 & M_2^8 & M_2^9 & M_2^{10} \\ M_3^7 & M_3^8 & M_3^9 & M_3^{10} \end{bmatrix} \quad ; \bar{M}_{55} = \begin{bmatrix} M_{13}^{13} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{14}^{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{15}^{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_{16}^{16} \end{bmatrix}$$

$$\bar{M}_{23} = \bar{M}_{32}^T = \begin{bmatrix} M_4^7 & M_4^8 & M_4^9 & M_4^{10} \\ M_5^7 & M_5^8 & M_5^9 & M_5^{10} \\ M_6^7 & M_6^8 & M_6^9 & M_6^{10} \end{bmatrix} \quad ; \bar{M}_{22} = \begin{bmatrix} M_4^4 & M_4^5 & M_4^6 \\ M_5^4 & M_5^5 & M_5^6 \\ M_6^4 & M_6^5 & M_6^6 \end{bmatrix}$$

$$\bar{M}_{25} = \bar{M}_{52}^T = \begin{bmatrix} M_4^{13} & M_4^{14} & M_4^{15} & M_4^{16} \\ M_5^{13} & M_5^{14} & M_5^{15} & M_5^{16} \\ 0 & 0 & M_6^{15} & M_6^{16} \end{bmatrix} \quad ; \bar{M}_{44} = \begin{bmatrix} M_{11}^{11} & 0 \\ 0 & M_{12}^{12} \end{bmatrix}$$

## A.2 Les matrices réduites $C_{ij}$

$$C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} \underline{0}_{33} & \bar{C}_{12} & \bar{C}_{13} & \underline{0}_{32} & \underline{0}_{34} \\ \underline{0}_{33} & \bar{C}_{22} & \bar{C}_{23} & \bar{C}_{24} & \bar{C}_{25} \\ \underline{0}_{43} & \bar{C}_{32} & \bar{C}_{33} & \underline{0}_{42} & \underline{0}_{44} \\ \underline{0}_{23} & \bar{C}_{42} & \underline{0}_{24} & \underline{0}_{22} & \bar{C}_{45} \\ \underline{0}_{43} & \bar{C}_{52} & \underline{0}_{44} & \bar{C}_{54} & \underline{0}_{44} \end{bmatrix}_{16 \times 16}$$

$$\bar{C}_{23} = \bar{C}_{32}^T = \begin{bmatrix} C_4^7 & C_4^8 & C_4^9 & C_4^{10} \\ C_5^7 & C_5^8 & C_5^9 & C_5^{10} \\ C_6^7 & C_6^8 & C_6^9 & C_6^{10} \end{bmatrix} ; \bar{C}_{13} = \begin{bmatrix} C_1^7 & C_1^8 & C_1^9 & C_1^{10} \\ C_2^7 & C_2^8 & C_2^9 & C_2^{10} \\ C_3^7 & C_3^8 & C_3^9 & C_3^{10} \end{bmatrix}$$

$$\bar{C}_{24} = \bar{C}_{42}^T = \begin{bmatrix} C_4^{11} & C_4^{12} \\ C_5^{11} & C_5^{12} \\ C_6^{11} & C_6^{12} \end{bmatrix} ; \bar{C}_{12} = \begin{bmatrix} C_1^4 & C_1^5 & C_1^6 \\ C_2^4 & C_2^5 & C_2^6 \\ 0 & C_3^5 & C_3^6 \end{bmatrix}$$

$$\bar{C}_{25} = \bar{C}_{52}^T = \begin{bmatrix} C_4^{13} & C_4^{14} & C_4^{15} & C_4^{16} \\ C_5^{13} & C_5^{14} & C_5^{15} & C_5^{16} \\ C_6^{13} & C_6^{14} & C_6^{15} & C_6^{16} \end{bmatrix} ; \bar{C}_{22} = \begin{bmatrix} C_4^4 & C_4^5 & C_4^6 \\ C_5^4 & C_5^5 & C_5^6 \\ C_6^4 & C_6^5 & C_6^6 \end{bmatrix}$$

$$\bar{C}_{45} = \bar{C}_{54}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & C_{11}^{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{12}^{16} \end{bmatrix} ; \bar{C}_{33} = \begin{bmatrix} C_7^7 & C_7^8 & C_7^9 & C_7^{10} \\ C_8^7 & C_8^8 & C_8^9 & C_8^{10} \\ C_9^7 & C_9^8 & C_9^9 & C_9^{10} \\ C_{10}^7 & C_{10}^8 & C_{10}^9 & C_{10}^{10} \end{bmatrix}$$

## A.3 Les matrices réduites $J_i$

$$J = \begin{bmatrix} J_1^T & J_2^T & J_3^T & \underline{0}_{2,12} & \underline{0}_{4,12} \end{bmatrix}_{16 \times 12}^T$$

$$J_1^T = \begin{bmatrix} J_1^1 & 0 & 0 & J_4^1 & 0 & 0 & J_7^1 & 0 & 0 & J_{10}^1 & 0 & 0 \\ 0 & J_2^2 & 0 & 0 & J_5^2 & 0 & 0 & J_8^2 & 0 & 0 & J_{11}^2 & 0 \\ 0 & 0 & J_3^3 & 0 & 0 & J_6^3 & 0 & 0 & J_9^3 & 0 & 0 & J_{12}^3 \end{bmatrix}$$

$$J_2^T = \begin{bmatrix} J_1^4 & J_2^4 & 0 & J_4^4 & J_5^4 & 0 & J_7^4 & J_8^4 & 0 & J_{10}^4 & J_{11}^4 & 0 \\ J_1^5 & J_2^5 & J_3^5 & J_4^5 & J_5^5 & J_6^5 & J_7^5 & J_8^5 & J_9^5 & J_{10}^5 & J_{11}^5 & J_{12}^5 \\ J_1^6 & J_2^6 & J_3^6 & J_4^6 & J_5^6 & J_6^6 & J_7^6 & J_8^6 & J_9^6 & J_{10}^6 & J_{11}^6 & J_{12}^6 \end{bmatrix}$$

$$J_3^T = \begin{bmatrix} J_1^7 & J_2^7 & J_3^7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_4^8 & J_5^8 & J_6^8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_7^9 & J_8^9 & J_9^9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_{10}^{10} & J_{11}^{10} & J_{12}^{10} \end{bmatrix}$$



# Références bibliographiques

- [Barbot 1996] J.P. Barbot, T. Boukhobza et M. Djemai. *Triangular Input Observer Form and Sliding Mode Observer*. In IEEE Conference On Decision and Control, pages 1489–1491, 1996.
- [Beurier 1999] G. Beurier. *Modélisation, Analyse et Contrôle de Systèmes Mécaniques Avec Interactions Avec L’environnement : Aide a la Conduite D’un Tunnelier Pour un Forage En Continu*. PhD thesis, 1999.
- [Boukhobza 1997] T. Boukhobza. *Observateurs à modes glissants et formes d’observabilité et analyse et synthèse des commandes par ordres supérieurs*. PhD thesis, 1997.
- [Boutat] D. Boutat. *La notion d’observateur pour les systèmes non-linéaires*. Supméca pour la Journée Mathématique (JMS).
- [Brogliato 2000] B. Brogliato, R. Lozano, B. Maschke et O. Egeland. Dissipative systems analysis and control, theory and applications. 2000.
- [de Wit 2003] C. Canudas de Wit, P. Tsiotras, E. Velenis, M. Basset et G. Gissinger. *Dynamic Friction Models for Road/Tire Longitudinal Interaction*. Vehicle System Dynamics, vol. 39, no. 3, pages 189–226, 2003.
- [Diop 1991] S. Diop et M. Fliess. *On nonlinear observability*. In First European Control Conference, ECC, pages 152–157, 1991.
- [Draznovic 1969] B. Draznovic. *The invariance conditions in sliding mode systems*. Automatica, vol. 5, pages 287–295, 1969.
- [Edwards 1998] C. Edwards et S. Spurgeon. *Sliding mode control*. Taylor and Francis (London), 1998.
- [Elhadri 2000] A. Elhadri. *La modélisation de véhicule, l’observation d’état et estimation des forces pneumatiques ; application au contrôle longitudinal*. PhD thesis, 2000.
- [Elhadri 2001] A. Elhadri. *Modélisation de véhicule, Observation d’état et Estimation des forces pneumatiques : Application au contrôle longitudinal*. PhD thesis, 2001.
- [Emelyanov 1967] S.V. Emelyanov. *Variable Structure Control Systems*. Nauka, Moscow, 1967.
- [Emelyanov 1986a] S.V. Emelyanov, S.K. Korovin et L.V. Levantovsky. *Drift algorithm in control of uncertain processes*. Problems of Control and Information Theory, vol. 15, no. 6, pages 425–438, 1986.
- [Emelyanov 1986b] S.V. Emelyanov, S.K. Korovin et L.V. Levantovsky. *Higher order sliding modes in the binary control system*. Soviet Physics, vol. 31, no. 4, pages 291–293, 1986.
- [Emelyanov 1993] S.V. Emelyanov, S.K. Korovin et A. Levant. *Higher-order sliding modes in control systems*. Differential Equations, vol. 29, no. 11, pages 1627–1647, 1993.

- [Esfandiari 1989] F. Esfandiari et H.K. Khalil. *Observer Based Control of Fully Linearizable Nonlinear Systems*. IEEE Conference On Decision and Control, vol. 13, pages 84–89, 1989.
- [Filippov 1960] A.F. Filippov. *Application of the theory of differential equations with discontinuous right-hand side to non-linear problems in automatic control*. Transactions of the American Mathematical Society, vol. 62, pages 199–231, 1960.
- [Fischer 2003] D. Fischer, M. Zemmier et R. Isermann. *Identification and fault detection of an active vehicle suspension*. In Symposium on system Identification, Rotterdam, Netherlands, 2003.
- [Fliess 2008] M. Fliess, C. Join et H. Sira-Ramirez. *Non-linear estimation is easy*. International Journal of Modelling Identification Control, vol. 3, 2008.
- [Griffith 1971] E.W. Griffith et K.S.P. Kumar. *On the observability of non linear systems*. I. J. Math. Anal., vol. 35, no. 135, pages 117–124, 1971.
- [Hermann 1977] R. Hermann et A.J. Krener. *Nonlinear controllability and observability*. In IEEE Transaction in Automatic Control, vol. 22, no. 5, 1977.
- [Hermann 1997] R. Hermann et A.J. Krener. *Nonlinear controllability and observability*. IEEE Transaction on Automatic Control, 1997.
- [Imine 2003] H. Imine. *Observation d'états d'un véhicule pour l'estimation du profil dans les traces de roulement*. PhD thesis, 2003.
- [Jaballah 2009a] B. Jaballah, N.K. M'sirdi, H. Messaoud et A. Naamane. *Robust Partial States Observers for Unknown Inputs Estimation in Vehicle dynamics*. In 10th international conference on Sciences and Techniques of Automatic control and computer engineering, STA09, pages 1000–1009, Hammamet, Tunisia, December 20-22 2009.
- [Jaballah 2009b] B. Jaballah, N.K. M'sirdi, A. Naamane et H. Messaoud. *Estimation of Longitudinal and Lateral Velocity of Vehicle*. In 17th Mediterranean Conference on Control and Automation, MED09, pages 582–587, Thessaloniki, Greece, June 24-26 2009.
- [Jaballah 2009c] B. Jaballah, N.K. M'sirdi, A. Naamane et H. Messaoud. *Model Splitting and First Order Sliding Mode Observers for Estimation and Diagnosis in Vehicle*. In 12th IFAC Symposium on Control in Transportation Systems, CTS09, pages 407–412, California, USA, September 2-4 2009.
- [Jaballah 2010] B. Jaballah, N.K. M'sirdi, A. Naamane et H. Messaoud. *First and Second Order Sliding Mode Observer for Estimation of Longitudinal Tire Force in Vehicle*. In 11th international conference on Sciences and Techniques of Automatic control and computer engineering, STA10, Monastir, Tunisia, December 19-21, pages 1–13, Monastir, Tunisia, December 19-21 2010.

- [Jaballah 2011a] B. Jaballah, N.K. M'sirdi, A. Naamane et H. Messaoud. *Estimation of Vehicle Longitudinal Tire Force with FOSMO and SOSMO*. International Journal on Sciences and Techniques of Automatic control and computer engineering, IJSTA, page à paraître, 2011.
- [Jaballah 2011b] B. Jaballah, N.K. M'sirdi, A. Naamane et H. Messaoud. *Robust Partial States Observers for Unknown Inputs Estimation in Vehicle dynamics*. International Journal of Research and Reviews in Computer Science, vol. 2, no. 2, pages 604–611, 2011.
- [Kalman 1963] R.E. Kalman. *Lyapunov functions for the problem of lure'e in automatic control*. Proc. Nat. Acad. Sci., vol. 49, pages 201–205, 1963.
- [Kiencke 2000] U. Kiencke et L. Nielsen. Automotive control system. 2000.
- [Kou 1975] R. Kou, L.D. Elliott et Tzyh Jong Tarn. *Exponential observers for nonlinear dynamic systems*. Information and Control, pages 204–216, 1975.
- [Landau 1979] I. Landau. *Adaptive control-The model reference approach*. Ed. Marcel Dekker, 1979.
- [Landau 1988] I.D. Landau et R. Horowitz. *Synthesis of adaptive controllers for robot manipulators using a passive feedback systems approach*. In IEEE International Conference on Robotics and Automation, Philadelphia, USA, 1988.
- [Levant 1993] A. Levant. *Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control*. International Journal of Control, vol. 58, no. 6, pages 1247–1263, 1993.
- [Levant 1997] A. Levant. *Higher order sliding collection of design tools*. In European Control Conference, ECC97, Bruxelles, Belgique, July 1-4 1997.
- [Levant 1998] A. Levant. *Robust exact differentiation via sliding mode technique*. Automatica, vol. 34, no. 3, pages 379–384, 1998.
- [Levant 1999] A. Levant. *Controlling output variable via higher order sliding modes*. European Control Conference, ECC99, 31 August - 3 September 1999.
- [Levant 2003] A. Levant. *High order sliding modes differentiation and output feedback control*. International Journal of Control, vol. 76, pages 924–941, 2003.
- [Lunberger 1964] D. Lunberger. *Observing the state of linear system*. IEEE transactions on military electronics, vol. 6, pages 74–80, 1964.
- [Lunberger 1966] D. Lunberger. *Observers for multivariable systems*. IEEE transaction on Automatic Control, vol. 11, no. 2, pages 190–197, 1966.
- [Mammar 2002a] S. Mammar. *Contrôle Latérale Assisté et Automatisé des Véhicules : Approche par Commandes Robustes*. PhD thesis, 2002.
- [Mammar 2002b] S. Mammar et D. Koenig. *Vehicle handling improvement by active steering*. Vehicle system dynamics, vol. 38, pages 211–242, 2002.

- [Moreau 1999] X. Moreau, A. Oustaloup et C. Mouillant. *From analysis to synthesis of vehicle suspensions : the crone approach*. In European Control Conference, ECC99, Karlsruhe, Germany, August 31 - Septembre 3 1999.
- [Moreau 2001] X. Moreau. *De la suspension traditionnelle à la suspension crone : un tour d'horizon*. In Journées Automatique et Automobile, Bordeaux, France, Octobre 2001.
- [M'sirdi ] N.K. M'sirdi et N. Nadjar-Gauthier. *Application of Sliding Mode Control to Robotic Systems*. Chapter 13.
- [M'sirdi 2000] N.K. M'sirdi, J.C. Cadiou, Y. Delanne, A. El Hadri et G. Beurrier. *Simulation et observateurs pour estimation des performances dynamiques*. In Conference Internationale Francophone Automatique, CIFA, Lille, France, Juillet 2000.
- [M'sirdi 2003] N.K. M'sirdi. *Observateurs robustes et estimateurs pour estimation de la dynamique des véhicules et du contact pneu-route*. In Journée Automatique et Automobile, JAA, Bordeaux, France, Novembre 5-6 2003.
- [M'sirdi 2004] N.K. M'sirdi, A. Rabhi, N. Zbiri et Y. Delanne. *VRIM Vehicle Road Interaction Modelling for Estimation of Contact Forces*. In 3rd International Tyre Colloquium Tyre Models For Vehicle Dynamics Analysis, Vienna, Austria, August 30-31 2004.
- [M'sirdi 2007] N.K. M'sirdi, L.H. Rajaoarisoa, J.F. Balmat et J. Duplaix. *Modelling for Control and diagnosis for a class of Non Linear complex switched systems*. In Advances in Vehicle Control and Safety, AVCS07, Buenos Aires, Argentine, February 8-10 2007.
- [M'sirdi 2008] N.K. M'sirdi, B. Jaballah, A. Naamane et H. Messaoud. *Robust Observers and Unknown Input Observers for estimation, diagnosis and control of vehicle dynamics*. In International Conference on Intelligent RObots and Systems, in the Workshop on Modeling, Estimation, Path Planning and Control of All Terrain Mobile Robots, IROS08, pages 48–57, Nice, France, Septembre 2008.
- [M'sirdi 2010] N.K. M'sirdi, B. Jaballah, H. Nasser et A. Naamane. *Sliding Modes Observers for Vehicle Dynamics and Variable Structure Automatic Systems (SMO-VSAS)*. In 11th International Workshop on Variable Structure Systems, VSS10, pages 197–202, Mexico City, Mexico, Juin 2010.
- [M'sirdi 2011a] N.K. M'sirdi, B. Jaballah, H. Nasser et A. Naamane. *Sliding Modes Observers for Vehicle Dynamics and Structured Estimation (SE-SMO)*. In International Conference on Communications, Computing and Control Applications, CCCA11, Hammamet-Tunisie, Mars 2011.
- [M'sirdi 2011b] N.K. M'sirdi, B. Jaballah, A. Rabhi, H. Messaoud et A. Naamane. *Differential Estimators for State Observers in Vehicle Dynamics : HOSM and ALIEN*. In 18th World Congress of the International Federation of Automatic Control, IFAC11, pages 2184–2189, Milano, Italy, August 28- Septembre 2 2011.



- [Nicosia 1998] S. Nicosia et A. Tornambe. *High-Gain Observers in the State and the Parameter Estimation of Robots Having Elastic Joints*. System and Control letters, vol. 13, pages 331–337, 1998.
- [Oustaloup 1996] A. Oustaloup. *The crone suspension*. Control Engineering Practice, vol. 4, no. 8, pages 1101–1108, 1996.
- [Pacejka 1991] H. Pacejka et E. Bakker. *The magic Formula Tyre Model*. 1st International Colloq on tyre models for vehicle dynamics analysis, pages 1–18, 1991.
- [Pacejka 2002] H.B. Pacejka. *Tyre and vehicle dynamics*. Elsevier Butterworth-Heinemann, 2002.
- [Popov 1964] V.M. Popov. *Hyperstability and optimality of automatic systems with several control functions*. Rev. Roumaine Sci. Tech. Electrotechn. et Energe., vol. 4, no. 9, 1964.
- [Popov 1973] V.M. Popov. *Hyperstability of Control Systems*. Springer-Verlag, New York, 1973.
- [P.R.Ortega 1998] P.R.Ortega, A.Loria et H.S.Ramirez. *Passivity-based control of Euler-Lagrange Systems*. Springer, 1998.
- [Rabhi 2004] A. Rabhi, N.K. M'sirdi, N. Zbiri et Y. Delanne. *Modélisation pour l'estimation de l'état et des forces d'interaction Véhicule-Route*. In Conference Internationale Francophone Automatique, CIFA, Douz, Tunisie, Novembre 22-24 2004.
- [Rabhi 2005] A. Rabhi. *Estimation de la dynamique de véhicule en interaction avec son environnement*. PhD thesis, 2005.
- [Rabhi 2008] A. Rabhi, K. N. M'sirdi, A. Naamane et B. Jaballah. *Vehicle Velocity Estimation Using Sliding Mode Observers*. In 9th international conference on Sciences and Techniques of Automatic control and computer engineering, STA08, pages 1–6, Sousse, Tunisie, Decembre 2008.
- [Rabhi 2010] A. Rabhi, N.K. M'sirdi, A. Naamane et B. Jaballah. *Estimation of Contact Forces and Road Profile using High Order Sliding Modes*. International Journal of Accounting, Auditing and Performance Evaluation, vol. 8, no. 1, pages 23–38, 2010.
- [Ramirez-Mendoza 1997] R. Ramirez-Mendoza. *Sur la modelisation et la commande des véhicules automobiles*. PhD thesis, 1997.
- [Sammier 2001] D. Sammier. *Sur la modélisation et la commande de suspension de véhicules automobiles*. PhD thesis, 2001.
- [Segel 1956] M. Segel. *Theoretical prediction and experimental substantiation of the response of the automobile to steering control*. Automobile division of the institut of mechanical engineers, vol. 7, 1956.
- [Sename 2003] O. Sename et L. Dugard. *Robust  $H_\infty$  control of quarter-car semi-active suspensions*. In European Control Conference, ECC03, Cambridge, U.K., 2003.

- [Slotine 1986] J.J.E. Slotine, J.K. Hedrick et E.A. Misawa. *Nonlinear State Estimation using Sliding Observers*. In Decision and Control, pages 332–339, Athen, Greece, 1986.
- [Thau 1973] F.E. Thau. *Observing the State of Nonlinear Dynamic Systems*. International Journal of Control, vol. 17, pages 471–479, 1973.
- [Utkin 1977] V.I. Utkin. *Sliding mode and their application in variable structure systems*. IEEE Conference On Decision and Control, 1977.
- [Utkin 1999] V.I. Utkin, J. Guldner et J. Shi. *Sliding Mode Control in Electromechanical Systems*. IEEE Conference On Decision and Control, vol. London, UK :Taylor & Francis, 1999.
- [Venture 2003] G. Venture. *Identification des paramètres dynamiques d’une voiture*. PhD thesis, 2003.
- [Villagra 2008] J. Villagra, B. d’Andrea Novel, M. Fliess et H. Mounier. *Estimation of longitudinal and lateral vehicle velocities : an algebraic approach*. In American Control Conference, 2008.
- [Willems 1972a] J.C. Willems. *Dissipative dynamical systems-part i : General theory*. Archive for Rational Mechanics and Analysis, vol. 45, pages 321–351, 1972.
- [Willems 1972b] J.C. Willems. *Dissipative dynamical systems-part i : systems with quadratic supply rate*. Archive for Rational Mechanics and Analysis, no. 45, pages 352–393, 1972.
- [Zbiri 2004] N. Zbiri, A. Rabhi, N.K. M’sirdi et Y. Delanne. *Modélisation pour estimation de l’état et des forces interaction véhicule-route*. In Conference Internationale Francophone Automatique, CIFA, Douz, Tunisie, Novembre 22-24 2004.

---

**Résumé :** Le cadre général du travail de recherche est l'amélioration de la sécurité routière pour les véhicules automobiles et les conducteurs en utilisant les outils automatique. Dans le cadre de la dynamique du véhicule, les efforts d'interaction entre le pneumatique et la chaussée sont des données indispensables d'où la nécessité d'estimer en temps réel les variables qui caractérisent ces efforts. Cette estimation est réalisée à l'aide des observateurs non linéaires tel que les observateurs à mode glissant d'ordre 1 et d'ordre supérieure. Une proposition de découpage de modèle dynamique complet de véhicule en trois sous-systèmes (caisse, suspensions et roues) en se basant sur la théorie de passivité. Tous ces théories sont validées à l'aide de deux simulateur de véhicule *SCANeRstudio* et *SIMK106N*.

**Mots clés :** Dynamique de véhicule, Modélisation, Passivité, Efforts d'interaction, Estimation, Observateur, Approche algébrique, Alerte, *SCANeRstudio*.

---

---

**Abstract :** The general framework of the research is the application of the nonlinear control tools (Robust control, Sliding mode Observer, Algebraic approach,...) in order to improve the security of vehicle. The estimation of tire road force has become an intensive research area as the interest in information technology in vehicles grows. More and more new safety technologies and approaches are introduced in the automotive environment. Therefore, the problem of traction control for ground vehicles is of enormous importance to automotive industry. We split the dynamic model of vehicle into five subsystems regrouped in three blocks and then show and justify the rationale behind the successful splitting. The subsystems and the overall system obey to the passivity property. Robust observer are proposed to estimate the road features.

**Keywords :** Vehicle dynamics, Modelling, Passivity, Tire force, Estimation, Observer, Algebraic approche, *SCANeRstudio*.

---

---